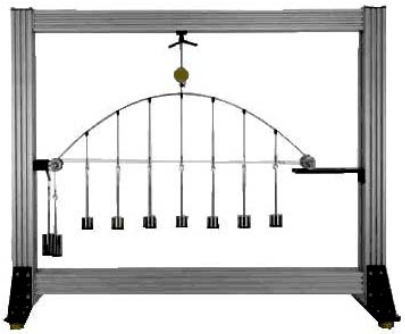
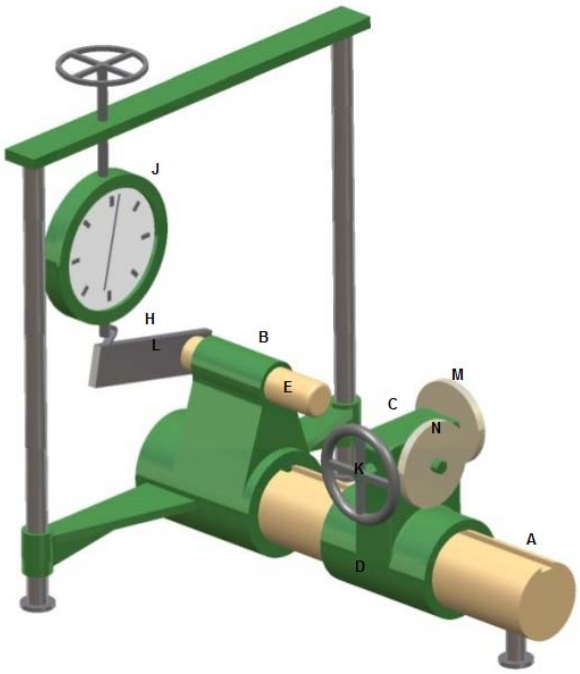
دانشگاه صنعتی اصفهان
دانشکده مهندسی عمران

جزوه آزمایشگاه مقاومت مصالح





ویرایش دوم: حسن زیباسخن، احسان سلیمانی‌فر (شهریور ۹۲)
ویرایش اول: مهندس حسین مقبل (سال تحصیلی ۷۲-۷۱)

فهرست مطالب

عنوان **صفحه**

مقدمه ۱
الف- آزمایشات مخرب ۲
ب- آزمایشات غیر مخرب ۳

آزمایش کشش Tesion Test ۷
مقدمه ۸
۱- مبانی و تئوری آزمایش کشش ۸
۱-۱- تعاریف ۸
۱-۲- نقاط مهم منحنی تنش – کرنش ۱۰
۲- دستگاه آزمایش ۱۲
۳- روش آزمایش ۱۲
۳-۱- هدف آزمایش ۱۲
۳-۲- دو نکته‌ی مهم در انجام آزمایش کشش ۱۳
۳-۳- دستور کار انجام آزمایش ۱۳
۴- نحوه انجام محاسبات و به دست آوردن نتایج ۱۵
۵- سوالات ۱۶
ضمیمه: نمونه جداول ۱۷

آزمایشات تیر Beam Tests ۱۸
مقدمه ۱۹
۱- مبانی و تئوری خمش ۱۹
۱-۱- تنش خمشی ۱۹
۱-۲- محاسبه‌ی شعاع انحنا ۲۰
۱-۳- انحراف در تیرها ۲۱
۱-۴- قانون ماکسول ۲۲
۲- دستگاه آزمایش ۲۲
آزمایش تیر (الف) ۲۳
۳- روش آزمایش ۲۳
۳-۱- هدف آزمایش ۲۳
۳-۲- تئوری ۲۳
۳-۳- طرز کار و کالیبره کردن نیروسنج ۲۴
۳-۴- تیر پیوسته با تکیه‌گاه‌های ساده ۲۵

۳-۵- تیر یک انتها گیردار و یک انتها ساده ۲۶
۴- نحوه انجام محاسبات، به دست آوردن نتایج و سوالات ۲۶
آزمایش تیر (ب) ۲۷
۵- روش آزمایش ۲۷
۵-۱- هدف آزمایش ۲۷
۵-۲- تحقیق در معادله خمش تیر ($\frac{M}{I}=\frac{E}{R}$) ۲۸
۵-۳- تعیین ضریب یانگ (E) ۲۹
۵-۴- تغییر شکل تیر یک سر درگیر تحت اثر وزن خود و یک نیروی متمرکز ۲۹
۵-۵- بررسی قانون ماکسول ۳۰
۶- نحوه انجام محاسبات، به دست آوردن نتایج و سوالات ۳۰

آزمایش اندازه گیری کرنش خطی Linear Strain Measurment ۳۳

مقدمه ۳۴
۱- روش‌های مهم اندازه‌گیری کرنش ۳۴
روش اول: روش‌های نوری (Optical Methods) ۳۴
روش دوم: زنگ (لاک) ترد Brittle Lacquer ۳۵
روش سوم: استفاده از کرنش‌سنج‌ها (Strain Gauges) ۳۵
۲- پل اندازه‌گیر کرنش (Strain Gauge Bridge MT 3004) ۳۷
۳- دستگاه آزمایش ۳۷
۴- روش آزمایش کرنش، با راهنمای استفاده از اندازه‌گیر کرنش Strain Gauge Bridge MT3004 ..... ۳۸
۵- نحوه انجام محاسبات و به دست آوردن نتایج ۳۹
۶- سوالات ۴۰

آزمایش پیچش Torsion Test ٤١

مقدمه ۴۲
۱- مبانی و تئوری پیچش ۴۲
۱-۱- محاسبه‌ی تنش برشی ۴۲
۱-۲- محاسبه‌ی تغییر شکل برشی – زاویه پیچش ۴۳
۲- دستگاه آزمایش ۴۳
۳- روش آزمایش ۴۵
۳-۱- هدف آزمایش ۴۵
۳-۲- دستور کار انجام آزمایش ۴۵
۴- نحوه انجام محاسبات، به دست آوردن نتایج ۴۶
۵- سوالات ۴۷
ضمیمه: نمونه نمودارها ۴۸

آزمایش ستون Buckling Test ۴۹
مقدمه ۵۰
۱- مبانی و تئوری کمانش ۵۰
۱-۱- ستون با دو انتهای لولائی ۵۰
۱-۲- ستون با دو انتهای ثابت ۵۱
۱-۳- ستون با یک انتها ثابت و یک انتها لولائی ۵۲
۲- دستگاه آزمایش ۵۳
۳- روش آزمایش ۵۳
۳-۱- هدف آزمایش ۵۳
۳-۲- دستور کار انجام آزمایش ۵۳
۴- نحوه انجام محاسبات و به دست آوردن نتایج ۵۵
۵- سئوالات ۵۵
پیوست۱: محاسبه معادله خط برازش شده به نقاط یک نمودار ۵۸

بسمه تعالی

مقدمه

بررسی و شناخت دقیق رفتار مواد مختلف به عنوان اساس و پایه‌ای برای کلیه مباحث مهندسی عمران اعم از تحلیل، طراحی و کنترل سازه‌های مختلف محسوب می‌گردد. در زمینه تحلیل سازه‌ها در اختیار داشتن اطلاعاتی از قبیل مدول الاستیسیته، ضریب پواسون، تنش حد تسلیم و ... و در زمینه طراحی و کنترل سازه‌ها شناخت کافی از نحوه رفتار مواد تا رسیدن به گسیختگی و محاسبه پارامترهایی مثل مقاومت نهایی، کرنش گسیختگی و ... و نیز آشنایی با مباحث پایداری و شناخت مکانیزم‌های محتمل ایجاد ناپایداری در سازه‌های مختلف از اهمیت بسیار بالایی برخوردار است. از طرف دیگر بررسی خواص و رفتار مواد مختلف در بسیاری از موارد تنها به صورت تجربی و از طریق آزمایشگاه‌های مقاومت مصالح امکان پذیر می‌باشد.

بررسی رفتار ماده تحت اثر تنش‌های نرمال کششی و فشاری، تنش‌های برشی ناشی از پیچش و یا بارگذاری عرضی و چگونگی رفتار سازه در برابر پدیده‌هایی مانند کمانش از موارد بسیار ضروری در مهندس عمران هستند که در آزمایشگاه مقاومت مصالح مورد بررسی قرار می‌گیرند. آزمایشگاه‌های مربوط به تست مواد، با ماشین‌های مختلف تجهیز شده است و به کمک آن‌ها می‌توان در شرایط مختلف بارگذاری، رفتارهای فوق را بررسی و نتیجه را تحلیل کرد. این آزمایش‌ها بر روی نمونه‌های استاندارد صورت می‌گیرد و نتایج آنها پس از تحلیل و استنتاج در عمل مورد استفاده قرار می‌گیرد. در واقع در هر یک از آزمایشات سعی می‌شود که اطلاعاتی در مورد خواص مکانیکی و نحوه رفتار مصالح مورد استفاده در یک سازه به دست آید. البته به ندرت می‌توان مشخصات کامل و دقیق مواد بکار رفته را تعیین نمود، زیرا نمونه‌ای که برای آزمایش مورد استفاده قرار می‌گیرد به عنوان نماینده‌ای از تمام مصالح به کار رفته در سازه است. همچنین باید توجه داشت که شرایط آزمایشگاه و محیطی که سازه در آن قرار می‌گیرد، غالباً یکسان نیست. موارد اخیر نشان می‌دهد که نحوه انتخاب نمونه‌ها و نیز کنترل شرایط آزمایش بسیار حائز اهمیت بوده و در مورد هر آزمایش باید کدها و استانداردهای مربوطه کاملاً رعایت گردد.

در ادامه اهداف آزمایشات مورد بررسی در این جزوه، بطور خلاصه بیان می‌گردد و توضیحات بیشتر به طور جداگانه در هر فصل ارائه خواهد شد:

۱- آزمایش کشش: بررسی رفتار مواد مختلف تحت اثر تنش‌های کششی مستقیم و محاسبه پارامترهایی مثل مدول الاستیسیته، تنش حد تسلیم، ... و نیز چگونگی شکست نمونه‌های نرم و ترد

۲-آزمایشات تیر: بررسی رفتار تیر تحت اثر لنگر خمشی، تحقیق در مورد روابط حاکم بر خمش تیرها و مقایسه بین مشاهدات آزمایشگاهی و نتایج بدست آمده از روابط تئوریک

۳- آزمایش اندازه‌گیری کرنش خطی: آشنایی با نحوه اندازه‌گیری کرنش به صورت آزمایشگاهی، چگونگی کالیبره نمودن دستگاه ثبت کرنش و تعیین پارامترهایی مثل مدول الاستیسیته

۴- آزمایش پیچش: بررسی رفتار مواد مختلف تحت اثر لنگر پیچشی تا رسیدن به نقطه گسیختگی، مقایسه سطح شکست نمونه‌های ترد و نرم و نیز محاسبه مدول الاستیسیته برشی مواد مختلف

۵- آزمایش کمانش: بررسی رفتار کمانشی یک ستون با جنس و طول‌های متفاوت تحت اثر بار محوری با شرایط

تکیه‌گاهی مختلف و مقایسه بین نتایج حاصل از روابط تئوریک و مشاهدات آزمایشگاهی

کلیاتی راجع به آزمایش‌های مربوط به مواد و مقاومت مصالح

برای انجام تمام بررسی‌های مورد نیاز روی یک ماده آزمایشات مختلفی لازم است که می‌توان آنها را در دو گروه آزمایشات مخرب و آزمایشات غیر مخرب طبقه‌بندی کرد.

الف- آزمایشات مخرب

آزمایشاتی هستند که در آن برای شناخت خواص ماده، نمونه مورد استفاده تخریب می‌گردد. از جمله مهمترین این آزمایش‌ها می‌توان به آزمایش کشش، آزمایش ضربه و آزمایش خستگی اشاره نمود که در ادامه به صورت مختصر در مورد آنها توضیحاتی ارائه می‌گردد.

الف-۱- آزمایش کشش

این آزمایش اطلاعاتی بسیار دقیق در مورد خواص ماده به ما می‌دهد. یک نمونه گرد شده یا مسطح در هر دو انتها محکم بسته شده و تا زمان گسیختگی کشیده می‌شود. در این آزمایش مدول الاستیسیته، تنش حد الاستیک، نقطه شکست و ... قابل اندازه‌گیری هستند. برای انجام یک آزمایش فشار، به دو انتهای نمونه نیروی فشاری وارد می‌شود تا مقاومت فشاری ماده، قبل از کمانش و یا شکست نمونه، مشخص گردد.

شکل ۱- نمونه ای از دستگاه کشش

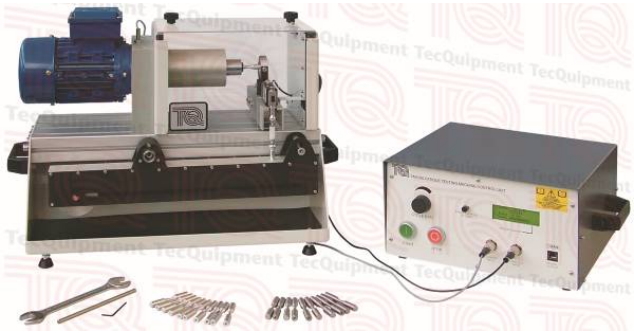
الف- ۲- آزمایش ضربه

این آزمایش نشان دهنده مقاومت مواد مختلف در مقابل یک ضربه شدید است. نمونه آزمایش دارای یک شکاف است و به وسیله یک پاندول سنگین نوسان کننده شکسته می‌شود.

شکل۲- نمونه ای از دستگاه آزمایش ضربه

الف- ۳-آزمایش خستگی

این آزمایش در مواردی از اهمیت بالایی برخوردار است که ماده تحت اثر تنش‌های معکوس شونده متعددی قرار می‌گیرد. در این صورت یک معیار بسیار خوب برای تعیین این خاصیت در مورد مواد مختلف، آزمایش خستگی است. مهمترین تنش‌ها یا به عبارت دیگر رایج‌ترین بارگذاری‌ها در این زمینه عبارتند از: کشش، فشار، خمش و خمش گردان.



شکل۳- نمونه ای از دستگاه آزمایش خستگی

ب- آزمایشات غیر مخرب

این آزمایش‌ها عمدتاً به منظور کنترل ماده مورد نظر در رابطه با وجود یک نقص (ترک یا حفره یا هر دو) انجام می‌شود. این آزمایشات (همه یا قسمتی از آنها) معمولاً روی محصولاتی انجام می‌شود که کنترل کیفیت آنها لازم است تا بدانیم که محصول از نظر کیفی باید تایید شود، رد شود و یا بهبود یابد. در مباحث مربوط به مهندسی عمران این آزمایشات عمدتاً برای بررسی و کنترل کیفیت و کشف عیوب احتمالی در اتصالات جوشی (Weld Connections) مورد استفاده قرار می‌گیرد. مشهورترین روش‌های آزمایش عبارتند از:

ب-۱- آزمایشاتی که در آنها از سیالات نفوذکننده استفاده می‌شود.

ب-۲- آزمایشاتی که در آنها از پودر مغناطیسی استفاده می‌شود.

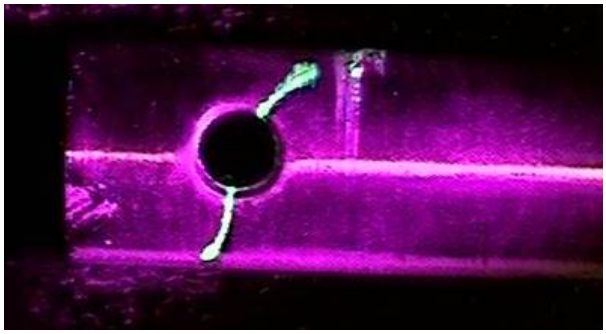
ب-۳- آزمایشاتی که در آنها از القاء الکتریکی استفاده می‌شود.

ب-۴- آزمایشات صدای مافوق صوت

ب-۵- رادیوگرافی

ب-۱- آزمایشاتی که در آنها از سیالات نفوذ کننده استفاده می‌شود (Penetrating Fluid Test)

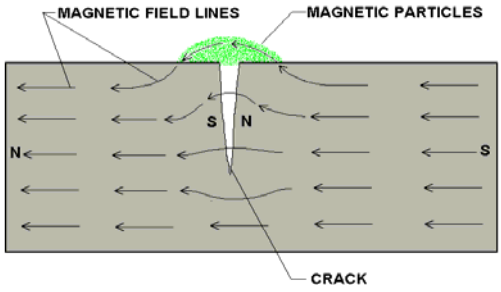
این آزمایش برای کنترل کردن عیوب سطح یا پوسته مورد استفاده قرار می‌گیرد و می‌توان آن را بر روی تمام مواد انجام داد. ابتدا ماده مورد آزمایش را به طور کامل از کثیفی، روغن و گریس پاک می‌کنیم، آنگاه سیال مورد نظر که دارای یک رنگ قرمز کمکی است به کار می‌رود. سیال جستجوی خود را شروع می‌کند و به داخل هر ترکی نفوذ می‌کند. آنگاه سطح ماده پاک می‌شود و فقط سیال رنگی موجود در ترک باقی می‌ماند. یک داروی ظهور روی نمونه آزمایش پاشیده شده و سیال از درون ترک بیرون کشیده می‌شود در حالی که نوارهای قرمزی روی یک مبنای سفید رنگ باقی مانده است.



شکل۴- آزمایش غیر تخریبی با سیال نفوذ کننده

ب-۲- آزمایشاتی که در آنها از پودر مغناطیسی استفاده می‌شود

این آزمایشات را فقط روی مواد مغناطیسی می‌توان انجام داد و فقط عیوب سطح را نشان می‌دهد. نمونه مغناطیس شده پودر آهن روی سطح پاشیده می‌شود. اگر عیبی روی سطح باشد، یک رخنه در جریان مغناطیسی ظاهر می‌شود که باعث می‌شود پودر آهن تغییر مسیر دهد. در صورتی که ترک‌های خیلی نازک در سطح وجود داشته باشد، نوارهایی از پودر آهن ظاهر می‌شود.



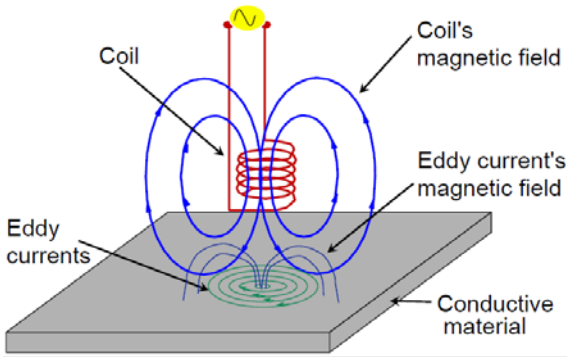
شکل۵- آزمایش غیر تخریبی با پودر مغناطیسی

ب-۳- آزمایشاتی که در آنها از القاء الکتریکی استفاده می‌شود

این روش آزمایش دارای عمق نفوذ نسبتاً کم است، برای آزمایش کردن روی لوله‌ها مناسب می‌باشد، تمام مواد فلزی را می‌توان مورد آزمایش قرار داد.

نمونه آزمایش در داخل یک سولونوئید قرار داده شده است که به یک جریان AC متصل است. یک میدان مغناطیسی حول سیم پیچ برقرار شده و یک جریان القایی در سطح نمونه آزمایش، شکل می‌گیرد. این جریانات القایی در

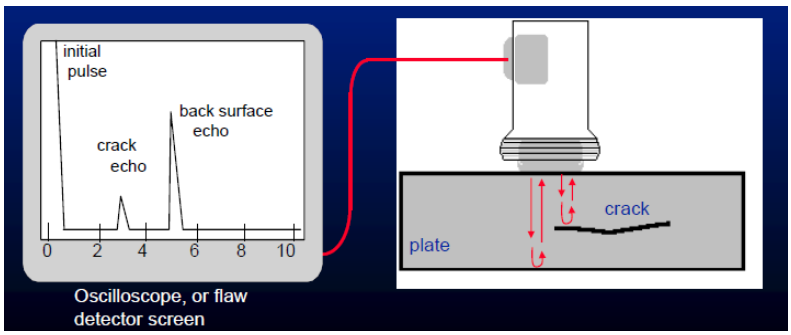
مخالفت با میدان مغناطیسی هستند. اگر نمونه آزمایش دارای نقص باشد، میدان مغناطیسی متأثر می‌شود و این مسئله را روی وسیله اندازه گیری می‌توان مشاهده کرد. همچنین اگر نمونه‌های آزمایش متفاوت مورد استفاده قرار گیرند میدان مغناطیسی تغییر می‌کند. به این دلیل، آزمایش القاء الکتریکی را باید روی موادی با سطح مقطع ثابت انجام داد. یک فایده این نوع آزمایش این است که آزمایش‌های بسیاری را می‌توان در زمان کوتاهی انجام داد.



شکل ۶- آزمایش القاء الکتریکی

ب-٤- آزمایشات صدای مافوق صوت (Ultra Sonic Test)

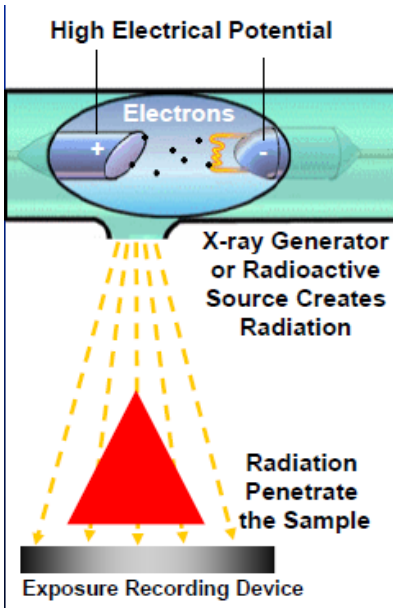
این آزمایش را می‌توان روی اغلب مواد فلزی و غیرفلزی انجام داد. این روش آزمایش عیوب داخلی و خارجی نمونه را می‌تواند ثبت کند. یک نمونه آزمایش تحت تأثیر امواج صدای فوق صوت قرار می‌گیرد که دارای یک فرکانس بین ۰/۵ و ۱۰MHZ است. این امواج صوت در یک تولیدکننده صوت تولید می‌شود، به وسیله یک فرستنده تقویت شده و به سطح ماده مورد آزمایش هدایت می‌شود. همانطور که این امواج از درون نمونه عبور می‌کند، انعکاس-های صدائی تولید می‌شود. ابتدا یک انعکاس صدای شروع و بالاخره وقتی که موج به انتهای نمونه می‌رسد انعکاس صدای انتها، به وجود می‌آیند. دامنه این امواج انعکاس صداها را می‌توان روی پرده یک اسیلوسکوپ مشاهده کرد. اگر عیبی در نمونه باشد، امواج در برخورد با عیب منعکس می‌شوند تا یک انعکاس صدای مربوط به آن عیب را تولید کنند. از نتایج مشاهده شده روی اسیلوسکوپ، موقعیت و اندازه نقص را می‌توان تحقیق کرد. انجام مناسب این آزمایش به تجربه کافی در زمینه تفسیر نتایج نیاز دارد.



شکل ۷- آزمایش صدای مافوق صوت

ب-۵- رادیوگرافی

تمام مواد را می‌توان با این روش آزمایش کرد و تأکید آن روی عیوب داخلی نمونه است. از یک اشعه X یـا یـک اشعه رادیواکتیو می‌توان استفاده کرد. اشعه‌ها از درون یک مخلوط کننده و نمونه مورد آزمایش عبور کرده و آنگاه روی یک فیلم ظاهر می‌شود. نوار نگه دارنده این فیلم زیر نمونه قرار دارد. تغییر در خواص یا وجود نقص باعث تغییر در میزان اشعه عبوری می‌شود. در محل عیوب با عبور مقدار بیشتری اشعه از این محل، نوار فیلم سیاه‌تـر از محـل‌هـای دیگـر نشـان داده می‌شود.



شکل ۸- رادیوگرافی

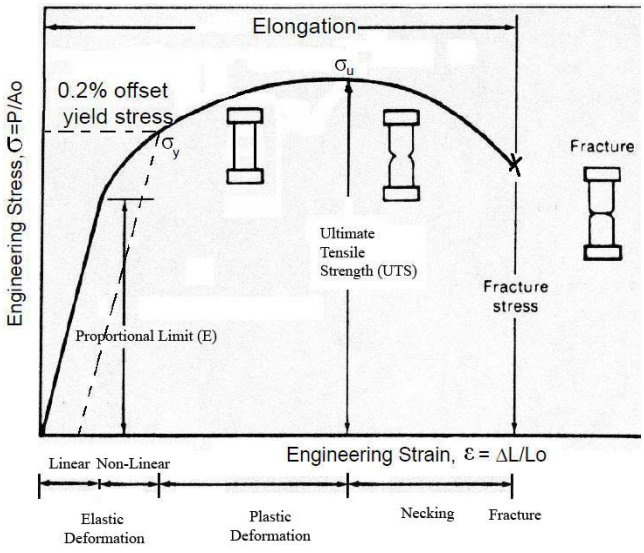
آزمایش کشش
Tesion Test

مقدمه

تولید و استفاده از مواد صنعتی تا حدود زیادی به خواص مکانیکی آن‌ها درمقابل کشش، ضربه، فشار، پیچش و غیره بستگی دارد. لذا انجام یک سری آزمایش‌های استاندارد جهت تعیین رفتار مکانیکی مواد ضروری است.

آزمایش کشش از متداول‌ترین روش‌ها در بررسی خواص مکانیکی اجسام است که در این قسمت مورد مطالعه قرار می‌گیرد. نمونه‌ای از نمودار تنش-کرنش بدست آمده از تست کشش را در شکل ۲ ملاحظه می کنید.

شکل ۱- نمونه های مختلف آزمایشگاهی



شکل ۲- نمودار شماتیک تنش-کرنش مواد در آزمایش کشش

۱- مبانی و تئوری آزمایش کشش

۱-۱- تعاریف

۱-۱-۱- تغییرشکل الا ستیک یا برگشت‌پذیر (Elastic Deformation): سیمی را تحت اثر نیروی کشش قرارمی دهیم. با اعمال نیروی F طول این سیم از L_0 به L تغییرمی‌کند و اضافه طولی برابر $\Delta L = L - L_0$ پدید می‌آید. اگر نیرو از مقدار معینی کمتر باشد پس‌از برداشتن نیرو، سیم به طول اولیه خود (L_0) بازگشت می‌نماید. این‌حالت را حالت الاستیک یا برگشت‌پذیر

می‌نامند و مادامی که نیرو از آن حد معین تجاوز نکرده‌است، گفته‌می‌شود که سیم در محدوده الاستیک قرار دارد. برای بسیاری از اجسام در محدوده الاستیک رابطه بین تغییر طول و نیرو خطی است، به‌عبارت دیگر اگر نیرو را دو برابر کنیم (۲ F) تغییر طول نیز دو برابر (۲ΔL) خواهد شد. ولی برای بعضی از اجسام دیگر مانند لاستیک و بعضی پلاستیک‌ها تغییرات طول نسبت به نیرو به صورت منحنی (غیرخطی) در می‌آید. ولی در هر دو صورت اگر نیرو کمتر از حد الاستیک جسم باشد پس از برداشتن نیرو، جسم به طول اولیه‌ی خود بازگشت می‌نماید.

۱-۱-۲- تغییر شکل پلاستیک یا دائمی (Plastic Deformation): وقتی‌که جسم را بیش‌از حد الاستیک‌اش تحت نیرو قراردهیم دچار تغییرشکل دائمی (یا پلاستیک) می‌شود، که با برداشتن نیرو از بین نمی‌رود. این‌حالت را حالت پلاستیک می‌نامند. شاید مهمترین مشخصه‌ی فلزات نرم این باشد که می‌توانند هم تغییر طول الاستیک و هم پلاستیک قابل ملاحظه‌ای داشته باشند. از این اجسام می‌توان در کاربردهایی مثل فنر استفاده‌کرد که مقدار نیرو کمتر از حد الاستیک است و با برداشتن نیرو چون تغییر طول دائمی ایجاد نشده فنر حالت اولیه‌اش را به خود می‌گیرد. همچنین می‌توانیم این اجسام را تحت نیروهای زیادتر قرار دهیم، به طوری‌که تغییر شکل دائمی ایجاد شده و درنتیجه از آن‌ها اشکال مختلفی بسازیم. ایجاد تغییرشکل دائمی در ماده با جذب و اتلاف انرژی برای گسستن پیوندهای بین مولکول‌های ماده و تبدیل انرژی به حرارت همراه است که این ویژگی در سازه‌ها برای جذب انرژی ناشی از بارهایی مانند زلزله بسیار مهم می‌باشد.

توجه: هر دو خاصیت الاستیک و پلاستیک را برای یک ماده می‌توان در یک آزمایش کشش اندازه‌گیری نمود.

۱-۱-۳- تنش مهندسی یا متوسط (Engineering Stress): نسبت نیروی وارده به سطح مقطع اولیه، $\sigma=F/A$ است. واحد تنش درسیستم انگلیسی پوند بر اینچ (psi) و در سیستم متریک نیوتن بر متر مربع (پاسکال Pa) است.

۱-۱-٤- تغییرطول نسبی (کرنش) مهندسی متوسط (Engineering Strain): نسبت میزان تغییر طول به طول اولیه است ($\frac{l-l_0}{l_0}=\frac{\Delta l}{l_0}$). واحد کرنش معمولا اینچ بر اینچ یا سانتیمتر بر سانتیمتر است که در واقع بدون بعد است و میزان درصد تغییرطول به طول اولیه را بیان می‌کند.

۱-۱-۵- ضریب ارتجاعی (Modulus of Elasticity): رابطه‌ی بین تنش و کرنش در ناحیه‌ی الاستیک برای فلزات و سرامیک‌ها خطی است و با قانون هوک بیان می شود. در این رابطه E که شیب این ناحیه است ($E=\sigma/\varepsilon$) و برای هر جسم تقریبا ثابت است، نمایانگر سختی آن بوده و ضریب ارتجاعی Modulus of Elasticity خوانده می‌شود.

۱-۱-٦- تنش حقیقی (True Stress): نسبت نیروی وارده به سطح مقطع حقیقی نمونه است $\sigma_t = F/A$ (توجه داشته باشید که چون جسم کشیده می‌شود طولش افزایش یافته و سطح مقطع آن به‌تدریج کاهش می یابد.)

۱-۱-۷- تغییرطول نسبی (کرنش) حقیقی (True Strain): اگر تغییرطول نمونه در هر لحظه نسبت به طول نمونه در همان لحظه بیان شود کرنش حقیقی بدست می‌آید که در واقع لگاریتم نسبت طول لحظه‌ای به طول اولیه‌ی نمونه می‌باشد($\varepsilon_t = \int_{L_0}^{L_i} \frac{dl}{l} = \ln(L_i/L_0)$).

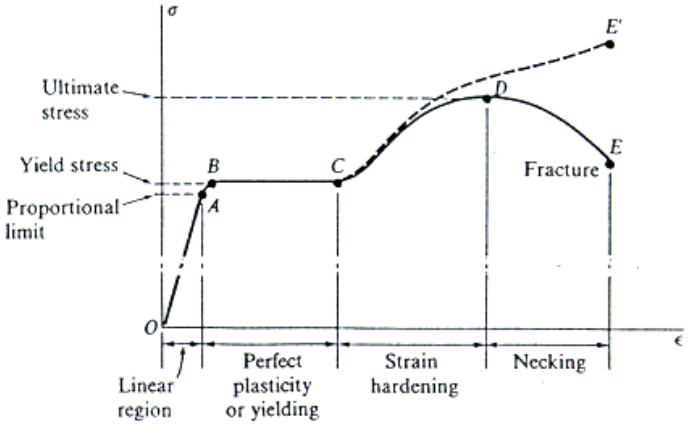
۱-۱-۸-کاهش سطح مقطع: درصد تغییر سطح مقطع نمونه نسبت به سطح مقطع اولیه است. $R.A=\frac{A-A_0}{A_0}\times 100$

۱-۱-۹- ضریب مماسی (Tangent Modulus): عبارت است از ضریب زاویه (شیب) منحنی تنش – کرنش در ناحیه‌ی پلاستیک $E_t=d\sigma/d\varepsilon$

۱-۱-۱۰-درصد ازدیاد طول: درصد تغییرطول نمونه در لحظه شکست نسبت به طول اولیه است. $EL. = \frac{L - L_0}{L_0} \times 100$

۱-۲- نقاط مهم منحنی تنش – کرنش

نقاط مهم منحنی تنش کرنش در شکل زیر نشان داده شده است:



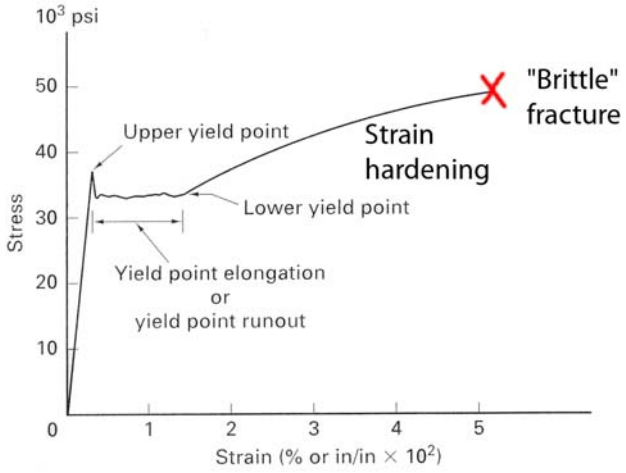
شکل ۳- نقاط مهم در منحنی تنش کرنش

۱-۲-۱- حد تناسب (Proportional Limit)

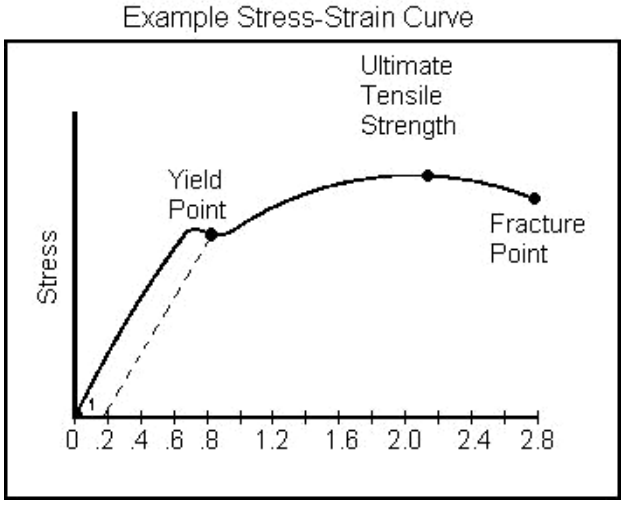
آخرین نقطه‌ای را که منحنی به صورت خطی است حد تناسب (Proportional Limit) می‌نامند و در مواردی ممکن است با حد ارتجاعی (نقطه تسلیم) مقداری فرق داشته باشد.

۱-۲-۲- نقطه‌ی تسلیم (Yield Point)

نقطه‌ای است روی منحنی که رفتار جسم از الاستیک وارد مرحله‌ی پلاستیک می شود، بنابراین در تنش‌های کمتر از تنش تسلیم، تغییر شکل ارتجاعی (یا برگشت‌پذیر) است و هرگاه تنش وارده از تنش تسلیم جسم بیشتر شود تغییر شکل دائمی یا پلاستیک ایجاد می‌شود. در برخی از فلزات مانند فولاد کم کربن نقطه‌ی تسلیم مشخص وجود دارد که به‌صورت حد تسلیم بالا و پایین ظاهر می‌شود (شکل ۴)، ولی در مورد اکثر فلزات انتقال از منطقه الاستیک به پلاستیک به‌تدریج صورت گرفته حد تسلیم مشخصی وجود ندارد و از روش‌های قراردادی استفاده می‌کنند که معمول‌ترین آن‌ها روش مقاومت تسلیم در ۰/۲ ٪ (offset yield strength) است که عبارت است از تنش در ۰/۰۰۲ (یا ۰/۲ درصد) کرنش پلاستیک. روش فوق در شکل ۵ نشان داده شده است. توجه به این نکته لازم است که در بیشتر استفاده‌های مهندسی، مواد باید تحت شرایطی باشند که تنش وارده کمتر از نقطه‌ی تسلیم باشد $\sigma_y = \frac{F_y}{A_0}$.



شکل ۴- نقاط تسلیم بالا و پایین



شکل ۵- تنش تسلیم مهندسی

۱-۲-۳- مقاومت کششی (Ultimate Tensile Strength)

نقطه‌ی ماکزیمم منحنی است و مشخص‌کننده‌ی بزرگترین تنشی است که جسم می‌تواند قبل از باریک‌شدن (Necking) تحمل کند. در این تنش نمونه در نقطه‌ای از طول خود مقاومتش را از دست داده باریک می‌شود. این باریک‌شدن سپس، با نیروی کمتری، ادامه می‌یابد تا به شکستن جسم منتهی می‌گردد.

$$\text{مقاومت کشش} = \sigma_{max} = \frac{F_{max}}{A_0}$$

۱-۲-٤- گسیختگی یا شکست (Fracture)

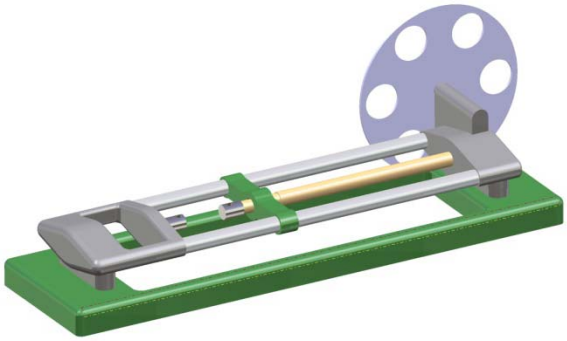
پس از مقداری باریک‌شدن اتفاق می‌افتد. در مورد اجسام ترد مانند چدن قبل از شروع تغییر شکل پلاستیک، شکست واقع می‌شود. حال آن‌که فلزات نرم مانند مس یا آلومینیوم تغییر شکل زیادی را نشان داده و پس از باریک شدن زیاد شکسته می‌شوند.

۲- دستگاه آزمایش

شکل۶ دستگاه آزمایش کشش را نشان می‌دهد. در این دستگاه نیرو توسط محور به نمونه وارد می‌شود و این نیروی وارد شده بر نمونه به صفحه ارتجاعی منتقل شده و باعث تغییرشکل آن می شود. این تغییرشکل توسط اهرمی به پیستون جیوه منتقل شده و جیوه را در لوله شیشه‌ای به جلو می‌راند. استوانه دوار دارای سه نسبت دنده $\frac{16}{1}$ و $\frac{8}{1}$ و $\frac{4}{1}$ است که تغییر طول نمونه را به این نسبت‌ها بزرگ می کند.

قسمت‌های مهم ماشین آزمایش کشش عبارتند از:

۱- دسته انتقال نیرو
۲- استوانه دوار
۳- سوزن
۴- پینیون
۵- خط کش مدرج
۶- پیچ تنظیم ستون جیوه
۷-گیره‌ها
۸- فک‌ها



شکل ۶- دستگاه کشش

۳- روش آزمایش

۳-۱- هدف آزمایش

تعیین مقاومت و مطالعه رفتار اجسام در برابر نیروی کششی و به طور اختصاصی بررسی کمیت‌های زیر:

۱- ضریب یانگ

۲-تنش حد تناسب (proportional limit stress)

۳-حد تسلیم بالائی و پائینی (upper and lower yield points)

۴-استحکام کششی یا حد مقاومت، U.T.S (ultimate tensile strength)

۵-تنش در ۰/۲ ٪ برای اجسامی که نقطه تسلیم مشخصی ندارند. (proof stress تنش مفروض یا معیار)

۶-تنش شکست یا حد انقطاع (fracture stress)

۷-درصد ازدیاد طول در نقطه شکست

۸-درصد کاهش سطح مقطع در نقطه شکست

۹-نوع شکست نمونه

۳-۲- دو نکته‌ی مهم در انجام آزمایش کشش

الف- سرعت انجام آزمایش از موارد مهم است و برای جسم مورد آزمایش باید این سرعت معلوم و مشخص باشد. این‌موضوع در مورد اجسام نرم و همچنین برای اجسام در دماهای بالا خیلی اهمیت دارد.

درمواقعی‌که سرعت آزمایش زیاد باشد، تنش کششی نهائی زیاد می‌شود و درصد ازدیاد طول کم می‌شود. در این حالت انرژی جذب شده در ماده که در واقع سطح زیر نمودار بار جابجایی است نیز کاهش می‌یابد. این موضوع به این دلیل است که با افزایش سرعت بارگذاری پس از گسیخته شدن پیوند بین دو مولکول زمان کمتری برای آرایش مجدد مولکول‌ها جهت باز توزیع نیروی تحمل شده توسط دو مولکول، بین سایر مولکول‌ها وجود دارد که در نهایت این موضوع سبب کاهش کل انرژی تلف شده در ماده می‌شود. در ماشین‌های آزمایش کشش پیشرفته، تاثیر این موضوع در نظرگرفته شده و سرعت انجام آزمایش قابل تنظیم است.

ب – دمای آزمایش: تغییرات زیاد دما در نمونه‌ها می‌تواند باعث تغییر خواص ماده شود. آزمایش باید بین ده درجه سانتی‌گراد و سی درجه سانتی‌گراد انجام پذیرد.

۳-۳- دستور کار انجام آزمایش

۱- قطر و طول قسمت میانی نمونه را به دقت اندازه‌گیری کنید.

۲- نمونه را در دستگاه‌های سنجش ازدیاد طول و کاهش سطح مقطع قرار داده، حالت اولیه‌ی آن را بر روی صفر تنظیم نمائید (با توجه به طول کلی اولیه نمونه می‌توان دستگاه سنجش ازدیاد طول را تنظیم نمود).

۳- صفحه ارتجاعی (spring leaf) و خط‌کش مدرج را بسته به نوع نمونه و با توجه به جدول ۲ انتخاب کرده و بر روی دستگاه سوار کنید.

۴- با درگیرکردن دنده‌های پینیون با دنده‌های استوانه دوار با نسبت لازم (۴/۱ یا ۸/۱ یا ۱/ ۱۶) می‌توان مقیاس نمودار را تعیین نمود (برای این کار استوانه دوار را بیرون آورید تا باعث خورده‌شدن دنده‌ها نگردد). کاغذ میلیمتری را نیز بر روی استوانه قرار دهید.

۵- سوزن را روی خط صفر کاغذ قرار دهید، در این صورت باید لبه شاخص در مقابل صفر خط‌کش قرار گیرد. به این ترتیب تقسیمات کاغذ با خط‌کش منطبق شده است.

۶- نمونه را داخل فک‌های A و B قرار داده و فک‌ها را برروی گیره‌ها سوار کنید.

۷- با فشاردادن روی دو سر صفحه ارتجاعی آن را به تکیه‌گاه‌هایش بچسبانید، و در این لحظه سطح جیوه را روی صفر تنظیم نموده، سپس صفحه ارتجاعی را رها نمائید.

۸- دسته انتقال نیرو را به آهستگی بچرخانید تا سطح جیوه مقابل عدد صفر قرار گیرد. در این لحظه لقی بین گیره‌ها از بین رفته است. سپس استوانه را بچرخانید تا سوزن در نقطه مناسبی طرف راست فنر نگهدارنده کاغذ و روی خط صفر قرار گیرد، طوری‌که شاخص در مقابل ستون جیوه باشد.

۹- موتور را روشن کرده (درجه forward) و نمونه را تحت کشش قرار دهید و به این‌ترتیب ازدیاد طول نمونه به محیط استوانه منتقل شده است. حرکت جیوه را در لوله شیشه‌ای با شاخص دنبال کرده و با فشردن سوزن روی کاغذ میلیمتری مقدار نیرو را در لحظات مختلف ثبت نمائید. این کار را به دقت تا شکست نمونه ادامه دهید.

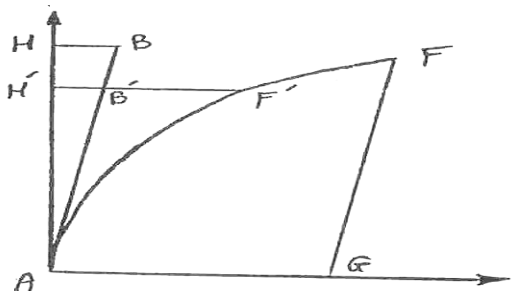
۱۰- نمونه شکسته شده را از دستگاه خارج کرده، درصد ازدیاد طول و درصد کاهش سطح مقطع آنرا تعیین کنید.

۱۱- کاغذ میلیمتری را از روی استوانه باز نموده و محور نیرو را به‌کمک خط‌کش مقابل لوله شیشه‌ای جیوه و محور ازدیاد طول را با خط‌کش میلیمتری مدرج کنید.

۱۲- در خود دستگاه (صفحه ارتجاعی، فک‌ها، گیره‌ها و غیره) نیز مقداری ازدیاد طول در اثر انتقال نیرو بوجود می‌آید. در نتیجه مشخصات خود دستگاه را نیز باید در نظر گرفت. این تغییر طول به صورت خطی می‌باشد. برای بدست‌آوردن مقدار ازدیاد طول در هر نقطه F´ (شکل ۷) مقدار ازدیاد طول دستگاه (H´B´) را از مقدار ازدیاد طولی که توسط دستگاه ثبت شده (H´F´) کم می‌کنیم تا F´B´ ازدیاد طول واقعی نمونه دراثر نیروی AH´ بدست آید. در شکل ۷ نقطه H بالاترین حد نیرو است (۱۰۰۰ یا ۲۰۰۰ کیلوگرم) که ازدیاد طول دستگاه، متناظر با آن، بسته به نوع نمونه، از جدول زیر بدست می آید.

جدول ۱- بالاترین حد نیرو

نمونه	HB (m.m)
فولادی	۴۱
آلو مینیومی	۳۲
برنجی	۳۲



شکل ۷- محاسبه تغییر طول واقعی نمونه با توجه به ازدیاد طول دستگاه

برای مثال اگر مقدار ازدیاد طول نمونه را در لحظه شکست بخواهیم، باید از F (نقطه شکست) خطی موازی AB رسم نموده، مقدار AG را اندازه‌گیری کرده و بر ضریب بزرگ‌نمائی تقسیم کنیم تا مقدار ازدیاد طول واقعی نمونه بدست آید.

۱۳- در موقع ثبت تغییرات F-ΔL برای یکی از نمونه‌های آزمایش، یک‌بار در ناحیه‌ی الاستیک و یک‌بار در ناحیه‌ی پلاستیک، بار را از روی نمونه بردارید و چگونگی تغییرات منحنی F-ΔL را بعد از واردکردن مجدد نیرو بررسی کنید. برای این منظور پس از رسیدن به ناحیه مورد نظر موتور را خاموش کرده (به حالت اول برگردانید) و سپس آن را در جهت عکس روشن نمایید (درجه reverse) تا از نمونه باربرداری شود و نیروی اعمال شده صفر شود و مجددا بارگذاری را انجام دهید (درجه forward). در تمام این مراحل حرکت جیوه را در لوله شیشه‌ای با شاخص دنبال کرده و با فشردن سوزن روی کاغذ میلیمتری مسیر نمودار نیرو-تغییرمکان را برای بارگذاری و باربرداری

و بارگذاری مجدد ترسیم نمایید.

۱۴- به‌کمک دستگاه مخصوص سنجش تغییر طول (Extensometer)، منحنی F-ΔL را در ناحیه‌ی الاستیک برای نمونه‌های بلند ثبت کرده و ضریب یانگ را بیابید.

جدول ۲-انتخاب صفحه ارتجاعی و خط کش مدرج برحسب نوع نمونه

خط‌کش	بزرگ‌نمایی	صفحه ارتجاعی	نمونه
C- 180	۱۶/۱	۲۰۰۰ Kg	فولاد
D-191	۱۶/۱	۱۰۰۰ Kg	برنج و آلومینیوم

٤- نحوه انجام محاسبات و به دست آوردن نتایج

۱- از روی یافته‌های آزمایش (منحنی نیرو در مقابل ازدیاد طول)، تنش و تغییر طول نسبی (کرنش) را بدست‌آورده در جداول مربوطه قرار دهید. قبل از ترسیم منحنی تنش-کرنش حتما تصحیح مربوط به خطای صفحه ارتجاعی را انجام دهید. منحنی تنش- کرنش را برای هریک از نمونه‌ها رسم‌کرده و قسمت‌های زیر را روی آن‌ها مشخص کنید: ناحیه‌ی الاستیک (تغییر شکل برگشت‌پذیر)، ناحیه‌ی پلاستیک (تغییر شکل دائمی)، مقاومت کششی، تنش شکست، نقطه‌ی تسلیم نمونه ، و حد تناسب.

۲- تمام خواص مندرج در هدف آزمایش را محاسبه و آن‌ها را در جداول مربوطه قرار دهید.

۳- مقاومت کششی بدست آمده از آزمایش را با مقادیر مندرج در کتاب‌های مقاومت مصالح مقایسه کنید.

۴-کلیه‌ی مقادیر تجربی را با مقادیر تئوری که از کتب مربوطه استخراج کرده‌اید، مقایسه کنید.

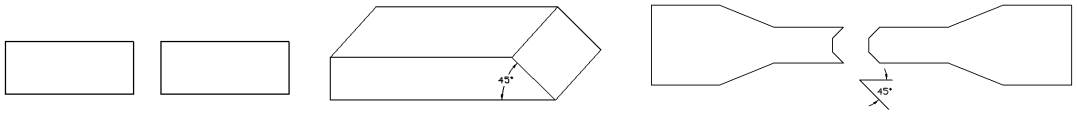
۵- مدول الاستیسیته (E) فقط برای نمونه‌های بزرگ با استفاده از دستگاه Extensometer که خطاهای ایجاد شده (مخصوصا در اثر خمیدگی صفحه ارتجاعی) را حذف می‌کند، قابل محاسبه است. E را برای فولاد و برنج با استفاده از بهترین شیب (برازش خطی از نتایج آزمایش) محاسبه و با مقادیر ذکر شده در کتب مقایسه نمایید.

توجه:

۱- برگه آزمایش را به گزارش خود پیوست نمایید (شامل نمودارهای P-Δ تصحیح شده).

۲- در هر قسمت در صورت لزوم نمونه محاسبات را بنویسید.

۳- مواد نرم در صفحاتی که در آنها برش حداکثر است می‌شکنند در حالیکه مواد ترد در مقابل کشش ضعیف بوده و در صفحات کشش حداکثر دچار شکست می‌شوند. شکست مواد نرم در آزمایش کشش برای مقاطع دایره‌ای بصورت فنجان و مخروط (شکل۸-الف) و برای مقاطع مستطیلی بصورت سطح 45° می‌باشد (شکل۸-ب) می‌باشد. شکست مواد ترد هم با کاهش ناچیز سطح مقطع و افزایش طول جزئی رخ می‌دهد (شکل۸-ج).



(ج) (ب) (الف)

شکل۸- سطح مقطع شکست نمونه تحت کشش. الف) ماده نرم نمونه دایره‌ای، ب) ماده نرم نمونه مستطیلی، ج) ماده ترد

۵- سوالات

۱- آیا فلزات مورد آزمایش جزء مواد نرم (Ductile) هستند؟ چرا؟

۲- اختلاف بین نمونه‌های مورد آزمایش را بیان کنید؟ (از نظر نحوه‌ی شکست، تردی و نرمی، درصد ازدیاد طول و درصد کاهش سطح مقطع)

۳-نمودار تنش–کرنش مهندسی را با نمودار تنش-کرنش واقعی در حالت کلی (به‌صورت شماتیک) مقایسه کنید.

۴-منظور از ضریب مماسی (Tangent modulus) چیست؟ آنرا برای نمونه‌ها در ابتدای ناحیه پلاستیک محاسبه کنید؟

۵-مواد شکننده (Brittle) ازنظر منحنی تنش–کرنش چه فرقی با مواد نرم دارند؟ فهرست‌وار بنویسید.

۶- شکل‌پذیری (Dutility) در آزمایش کشش، عبارت‌است از حداکثر کرنش نمونه قبل از شکست نسبت به کرنش تسلیم، مقدار آن برای نمونه های مختلف چقدر است؟

۷- آیا نمودارهای کشش و فشار برای تمام مواد یکسان است؟ چه موادی استثناء هستند، آن‌ها را نام ببرید؟

۸- سطح زیر نمودار تنش-کرنش نشانگر چه خاصیتی است. اگر از دو نمونه فولادی ابعاد یکی ده برابر دیگری باشد، انرژی لازم برای شکستن نمونه بزرگتر چند برابر نمونه کوچکتر خواهد بود؟ توضیح دهید.

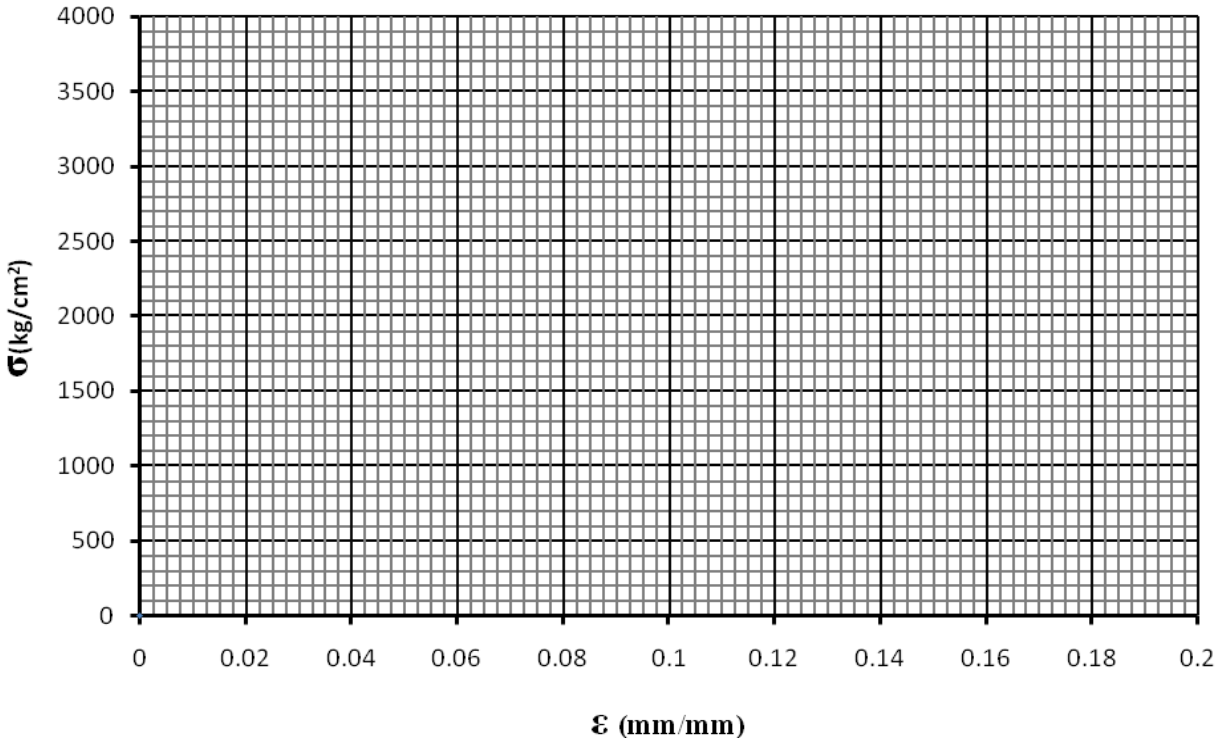
۹- منابع خطای آزمایش را نام ببرید.

ضمیمه: نمونه جداول

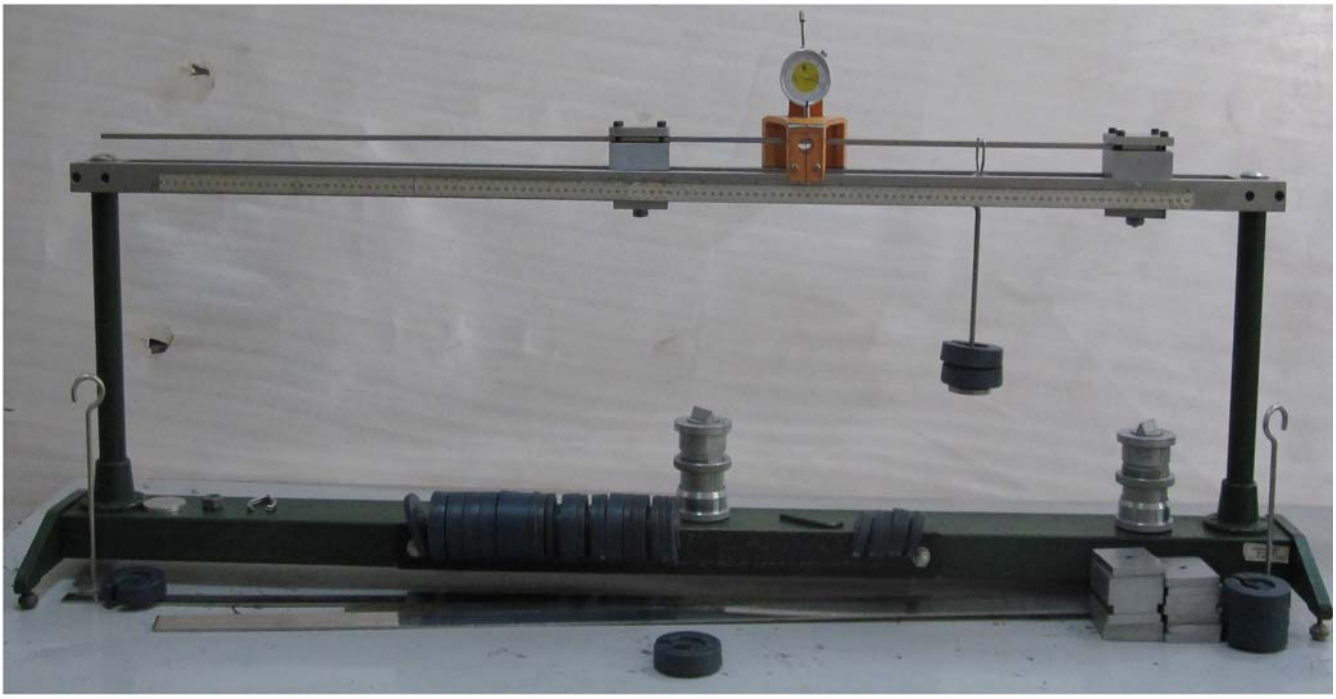
سطح مقطع (mm^2)	درصد کاهش سطح مقطع (٪)	درصد ازدیاد طول (٪)	بزرگنمائی	قطر(mm)	طول (mm)	نوع نمونه

تغییر طول نسبی (کرنش)	تنش(Kg/cm^2)	ازدیاد طول (ΔL)	بار (Kg)	نوع نمونه

تنش گسیختگی	مقاومت کششی	حد تسلیم بالائی وپائینی یا تنش در ۰/۲ ٪	تنش حد تناسب	ضریب ارتجاعی (E)	نوع نمونه



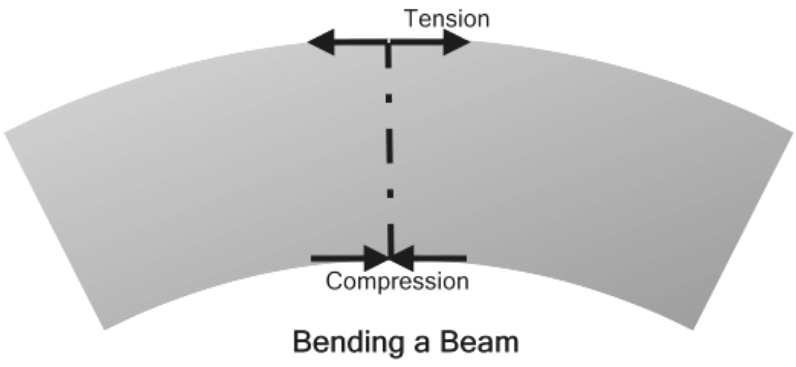
آزمایشات تیر
Beam Tests



مقدمه

وقتی یک تیر (Beam) تحت اثر بارگذاری گیرد تغییر شکل پیدا کرده و در صورتی که این تغییر شکل در حد الاستیک باشد با استفاده از تئوری ساده تیر و قانون هوک Hook می‌توان مقدار این تغییرشکل یا انحراف را محاسبه و تعیین کرد. مقدار انحراف حاصله در یک تیر به نوع تیر، تکیه‌گاه‌ها و نیروهای اعمال شده بستگی دارد.

برای بررسی توزیع تنش‌ها در یک تیر، بسیار مناسب است که فرض کنیم یک تیر از تعدادی صفحات با لایه‌های موازی و نازک در جهت محور تیر تشکیل شده است. در اینصورت می‌توان اثر یک نیروی عمودی را بر روی تیر که سبب خمش آن می شود چنین تعریف کرد که نیرو، لایه‌های مختلف را انحراف می‌دهد به طوری‌که لایه‌های خارجی کشیده و لایه‌های درونی فشرده می‌گردند و در نتیجه یک تنش کششی در لایه‌ی خارجی و یک تنش فشاری در لایه‌های درونی ایجاد می‌شود (شکل ۱). در داخل تیر همواره لایه‌ای وجود دارد که در آن تنش فشاری و کششی صفر است و چنین صفحه‌ای را صفحه‌ی خنثی (Neutral Plane) می‌نامند و محل تقاطع آن با مقطع تیر خطی است که محور خنثی نامیده (Neutral Axis) می‌شود. برای اجسام در حالت الاستیک این محور از مرکز ثقل مقطع تیر می‌گذرد و ممان اینرسی که بعداً در محاسبه‌ی تنش مورد استفاده قرار می‌گیرد نسبت به این محور محاسبه می‌گردد.



شکل ۱- کشش و فشار در تیر تحت خمش

۱- مبانی و تئوری خمش

۱-۱- تنش خمشی

در مسائلی که مربوط به خمش تیرها است، برخی فرضیات ساده کننده در آنالیز تیر در نظر گرفته می‌شود. فرض می‌کنیم تیر در حالت "خمش خالص" (Pure bending) قرار گرفته و از فرضیات ساده کننده خمش (فرضیات بنولی) بتوان استفاده کرد. در اینصورت معادله‌ی اصلی تیر که متغیرهای مهم را به هم ربط می‌دهد معادله‌ی خمش است:

$$\frac{M}{I}=\frac{E}{R}=\frac{\sigma}{Y} \qquad (۱)$$

که در آن:

M ممان خمشی در مقطع مورد نظر (kN.mm)

I ممان اینرسی مقطع حول محور خنثی (mm^4)

E ضریب یانگ (مدول الاستیسیته) (kN/mm^2)

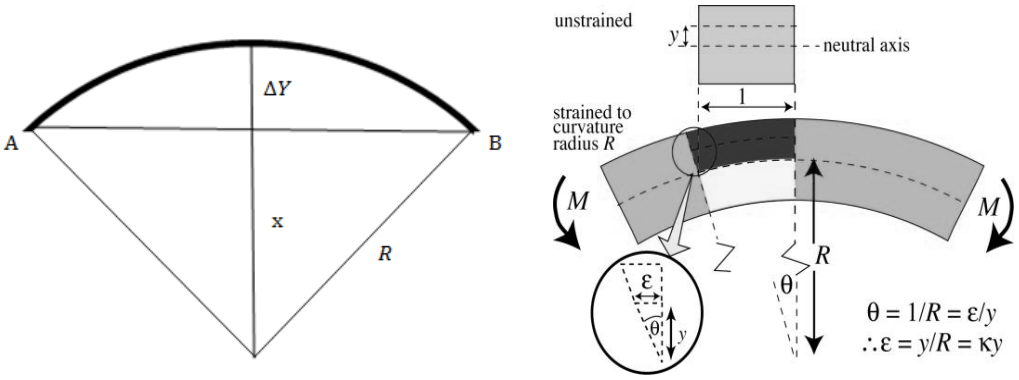
R شعاع انحنای محور خنثی (mm)

σ تنش حاصل از خمش در فاصله‌ی Y از محور خنثی (kN/mm^2)

Y فاصله از محور خنثی (mm)

می‌باشند.

۱-۲- محاسبه‌ی شعاع انحنا



شکل ۲- شعاع انحناء در تیر تحت خمش

شکل-۲ تیر AB به طول L را که در وسط به اندازه ΔY انحراف پیدا کرده و به شکل قوسی از دایره با شعاع R درآمده نشان می‌دهد. با توجه به شکل ۲ می‌توان نوشت:

$$(\frac{L}{2})^2 + x^2 = R^2$$

و نیز:

$x=R-\Delta Y$

بنابراین:

$$\frac{L^2}{4} = R^2 - (R-\Delta Y)^2 = 2R\Delta Y - \Delta Y^2$$

$$R = \frac{L^2/4 + \Delta Y^2}{2\Delta Y}$$

چون ΔY کوچک است می‌توان از ΔY^2 صرفنظر کرد و در نتیجه خواهیم داشت:

$$R \cong \frac{L^2}{8\Delta Y} \qquad (۲)$$

توضیح: در شکل ۲ تیر مورد نظر در فاصله‌ی AB تحت ممان ثابت M می‌باشد.

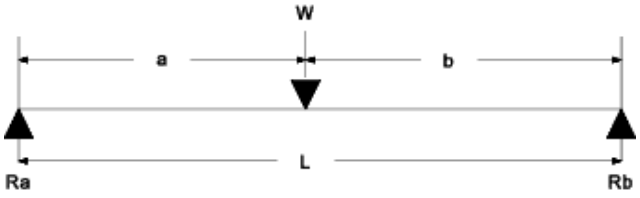
۱-۳- انحراف در تیرها

در عمل معمولاً حدی برای تغییر مکان مجاز تیر تعیین می‌شود وگرنه ممکن است یک تیر از نظر تئوری به اندازه‌ی کافی قوی باشد ولی انحراف آن بیش از اندازه باشد. راه‌های مختلفی برای محاسبه‌ی انحراف تیرها وجود دارد. معادله دیفرانسیل انحراف تیر (از کتب مکانیک جامدات) به صورت زیر بیان می‌شود:

$$-EI\frac{d^2y}{dx^2}=M \qquad (۳)$$

۱-۳- ۱- تیر با تکیه‌گاه‌های ساده و یک بار متمرکز

شکل۳ تیری با تکیه‌گاه‌های ساده، به طول L و تحت تأثیر بار متمرکز W در فاصله a از تکیه‌گاه را نشان می‌دهد.



Reactions		Moment	Maximum Deflection
Ra	Rb		
$\frac{W.b}{L}$	$\frac{W.a}{L}$	$M=\frac{W.a.b}{L}$	$\delta=\frac{W.a.b}{E.I.L}\sqrt{\frac{a.(L+b)}{243}}^{3}$

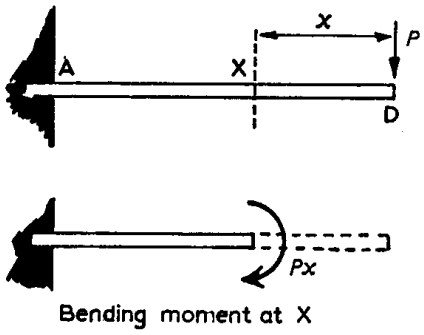
شکل ۳- تیر با تکیه گاه ساده

با استفاده از حل معادله دیفرانسیل و جایگذاری شرایط مرزی مقدار انحراف تیر برای از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$y=-\frac{wbx}{6EIL}\left(L^2-b^2-x^2\right),\quad x\le a$$
$$y=\frac{wa(L-x)}{6EIL}\left[a^2+x(x-2L)\right],\quad x\ge a \qquad (۴)$$

۱-۳-۲- تیر یک سر گیردار تحت اثر وزن تیر و یک نیروی متمرکز در انتهای آزاد

شکل ۴ ترتیب قرارگرفتن نیروی متمرکز را نشان می‌دهد.



شکل ۴- تیر یک سر گیردار با بار متمرکز

اگر مبدأ را در D ، جهت مثبت محور x را به سمت چپ، نیروی وزنه را P و وزن واحد طول تیر را s فرض کنیم

خواهیم داشت:

$$-EI\frac{d^2y}{dx^2}=M=Px+\frac{sx^2}{2}$$

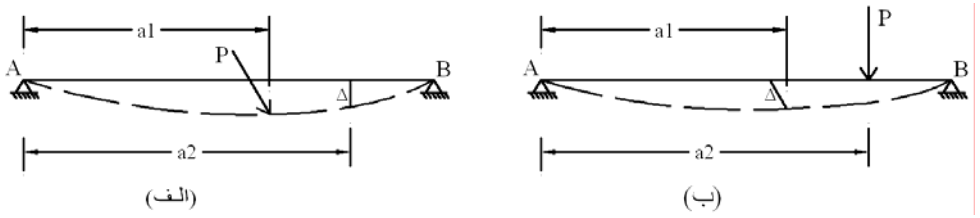
پس از انتگرال‌گیری از معادله فوق و جایگذاری شرایط مرزی، مقدار انحراف در هر نقطه از تیر از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:

$$y=\frac{1}{EI}\left(-\frac{sx^4}{24}-\frac{Px^3}{6}+\left(\frac{PL^2}{2}+\frac{sL^3}{6}\right)x-\frac{PL^3}{3}-\frac{sL^4}{8}\right) \quad (۵)$$

$$y_{max}\ (x=0\ \text{ماکزیمم انحراف در})=\frac{1}{EI}\left(-\frac{PL^3}{3}-\frac{sL^4}{8}\right)$$

۱-٤- قانون ماکسول

قانون ماکسول: برای تیر الاستیک مقدار انحراف در $x=a_2$ وقتی باری به اندازه P در جهتی مشخص، در $x=a_1$ اعمال شود (شکل ۵-الف) برابر است با مقدار انحراف در امتداد همان نیرو در $x=a_1$ وقتی‌که نیروی مزبور را در امتداد انحراف اولیه در $x=a_2$ قرار دهیم (شکل ۵-ب).



شکل ۵- قانون ماکسول

صحت قانون فوق را می توان از طریق آزمایش به اثبات رسانید که در ادامه توضیح داده خواهد شد. اثبات قانون ماکسول از طریق تئوری با استفاده از روابط کار مجازی در اغلب کتاب‌های تئوری سازه‌ها یافت می‌شود.

۲- دستگاه آزمایش

دستگاه آزمایش را در شکل زیر مشاهده می کنید:

شکل ۶- دستگاه آزمایش خمش

آزمایش تیر (الف)

۳- روش آزمایش

۳-۱- هدف آزمایش

۱- کالیبره کردن نیروسنج‌ها (Load Cell).

۲- اندازه‌گیری عکس‌العمل‌ها در تیر پیوسته با تکیه‌گاه‌های ثابت.

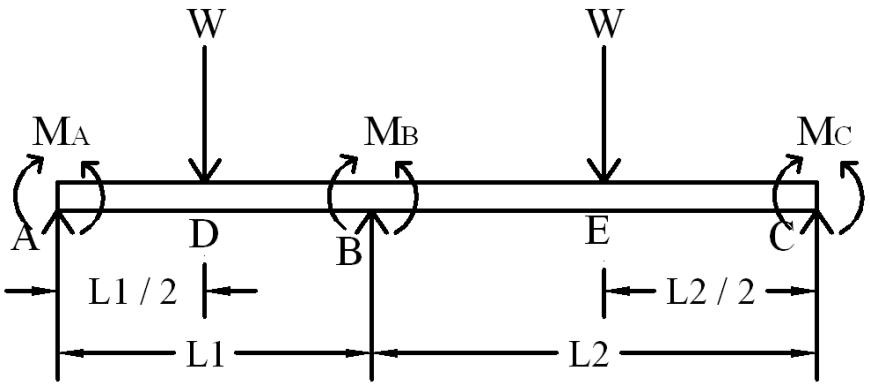
۳- اندازه‌گیری عکس‌العمل و انحراف در تیر یک سر درگیر و یک سر ساده.

۳-۲- تئوری

در آزمایشات زیر تیر از نظر استاتیکی نامعین است، بدین معنا که تعداد عکس‌العمل‌ها بیشتر از تعداد معادلات تعادل می‌باشد. در این صورت نیاز به معادلات اضافی (معادلات هم‌سازی) برای تحلیل این تیر می‌باشد که این معادلات اضافی از تغییرشکل تیرها بدست آورده می‌شوند. در تیر پیوسته روش مناسب برای پیدا کردن معادلات اضافی استفاده از قضیه سه لنگری است که در واقع حالت ساده شده‌ای از روش شیب و افت است. در حالت کلی در تکیه‌گاه‌ها ممان‌هایی فرض کرده و معالات تغییرشکل تیر در تکیه‌گاه‌ها را می‌نویسیم. از مجموع معادلات فوق عکس‌العمل در تکیه‌گاه‌ها محاسبه می‌شود.

۱- تیر پیوسته

برای تیر پیوسته مطابق شکل۷ از معادلات تعادل و قضیه سه لنگری نتیجه می‌شود:

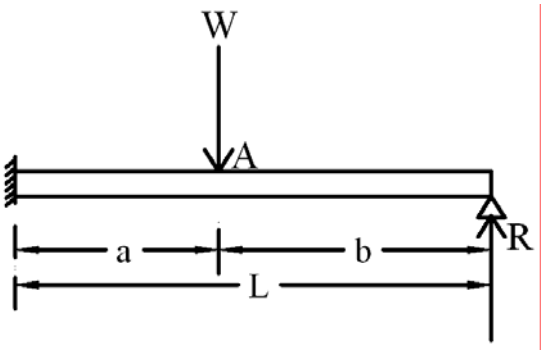


شکل ۷- تیر پیوسته

$$M_B = \frac{3(L_1^2 + L_2^2)}{16(L_1 + L_2)}W \quad , \quad R_A = \frac{1}{L_1}\left(\frac{WL_1}{2} - M_B\right) \quad , \quad R_C = \frac{1}{L_2}\left(\frac{WL_2}{2} - M_B\right) \quad , \quad R_B = 2W - (R_A + R_C) \qquad (۶)$$

۲- تیر با تکیه‌گاه یک سر ساده و یک سر گیردار

نیروی W به فاصله a از انتهای گیردار بر تیر شکل ۸ اثر می‌کند. مقدار عکس‌العمل در تکیه‌گاه ساده و انحراف در نقطه A از روابط زیر محاسبه می‌شود.



شکل ۸- تیر با تکیه‌گاه یک انتها ساده و یک انتها گیردار

$$R = \frac{Wa^2}{2L^3}(3L-a) \qquad \Delta_A = \frac{Wa^3}{3EI} - \frac{Ra^2}{6EI}(3L-a) \qquad (۷)$$

۳-۳- طرز کار و کالیبره کردن نیروسنج

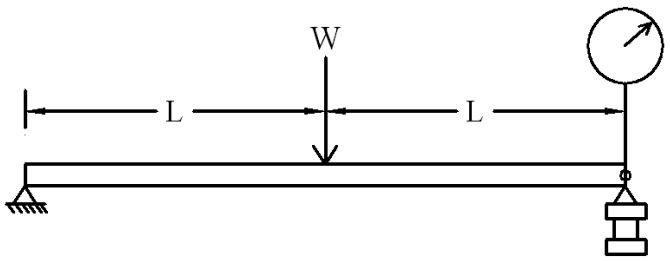
در هر آزمایش ابتدا جنس تیر مورد آزمایش را مشخص و سپس ابعاد مقطع آنرا اندازه‌گیری کنید.

۱- کالیبره کردن نیرو سنج

برای کالیبره کردن نیروسنج ابتدا تیری را به طور افقی مطابق شکل ۹ در یک انتها روی یک تکیه‌گاه ساده و در انتهای دیگر روی نیروسنج مورد نظر قرار می‌دهیم. یک انحراف‌سنج نیز در بالای نیروسنج روی تیر قرار می‌دهیم. اگر وزنه W به وسط تیر وارد شود، نیروی وارد بر نیروسنج W/2 خواهد بود. پس از بارگذاری میکرومتر پایین نیروسنج را باید آنقدر چرخاند تا انحراف‌سنج همان عدد اول را نشان دهد. آنگاه مقدار چرخش میکرومتر را یادداشت کرده که همان انحراف فنر نیروسنج برای بار W/2 است. وزنه‌ها را افزایش داده و با استفاده از نمودار نیروی وارد بر نیروسنج در مقابل درجات چرخش میکرومتر می‌توان ضریب فنر را برای هر نیروسنج مشخص نمود (با استفاده از برازش بهترین خط گذرنده از بین داده‌ها). در این حالت مقدار نیروی وارد بر نیروسنج به ازای هر درجه میکرومتر نیز بدست می‌آید. هر سه نیروسنج را باید کالیبره نمود تا بتوان در آزمایشات بعدی از آنها استفاده کرد. نتایج بدست آمده را می‌توان در جدول ۱ وارد نموده و سپس با ترسیم نیروی وارده بر نیروسنج در مقابل انحراف آن و برازش بهترین خط از میان داده های آن سختی فنر نیروسنج را محاسبه نمود (سختی فنر نیروسنج و نیروی وارده بر نیروسنج به ازای هر درجه میکرومتر).

جدول۱- مقادیر نیرو- انحراف نیروسنج و همچنین درجات نیروسنج

نیروی وارده به ازای هر درجه میکرومتر (gr)	درجات قرائت شده میکرومتر	انحراف نیروسنج (mm)	نیروی وارده W/2 (gr)



شکل۹- تیر دو سر ساده برای کالیبره کردن نیروسنج‌ها

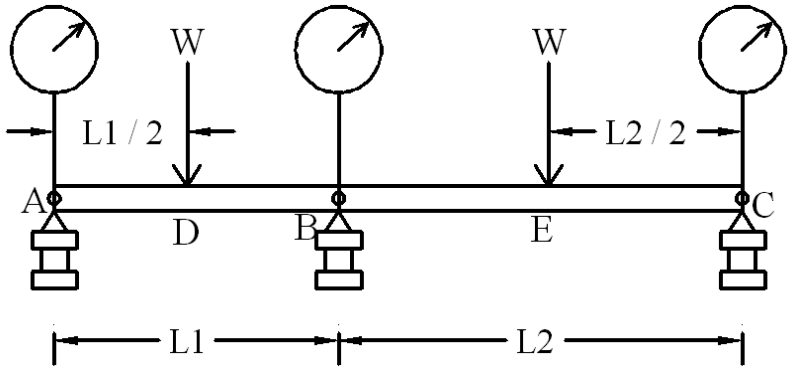
۲- طرز کار نیرو سنج

نیروسنج دستگاهی است که به وسیله آن می‌توان نیروی عکس‌العمل در تکیه‌گاه‌ها را بدست آورد. وقتی به لبه بالایی نیروسنج، نیرو وارد می‌شود، فنر داخل نیروسنج به طرف پایین فشرده می‌شود. میکرومتر پایین نیروسنج را می‌چرخانیم تا عقربه انحراف‌سنج به محل قبلی خود (قبل از وارد آمدن نیرو) بازگردد. مقدار خوانده شده از روی میکرومتر انحراف فنر داخل نیروسنج را نشان می‌دهد و در نتیجه با استفاده از ضریب بدست آمده از قسمت قبل (نیروی وارده بر نیروسنج به ازای هر درجه میکرومتر)، مقدار نیروی وارده را می‌توان بدست آورد.

توجه: در کار با انحراف‌سنج‌ها، هر درجه عقربه بزرگ ۰.۰۱ میلیمتر و هر یک دور کامل آن نشان‌دهنده ۱ میلیمتر است که باعث حرکت عقربه کوچک به اندازه یک درجه می‌شود. به جهت چرخش عقربه بزرگ در جهت اعداد مشکی و قرمز دقت کنید که باعث اشتباه در قرائت نشود. ضمنا درجه عقربه بزرگ را می‌توانید با شل کردن پیچ روی قاب انحراف‌سنج و چرخاندن قاب، صفر کنید. هم‌چنین در دستگاه‌هایی که درجه عقربه کوچک قابل تنظیم نمی‌باشد، لازم عدد مربوط به آن قرائت شده تا در محاسبه تغییر انحراف‌های بزرگ مورد استفاده قرار گیرد.

۳-٤- تیر پیوسته با تکیه‌گاه‌های ساده

۱- نیروسنج‌ها، انحراف‌سنج‌ها و وزنه‌های آویز را مطابق شکل ۱۰ در محل خود قرار دهید. مقادیر L_1 و L_2 و نوع نیروسنج توسط مربی مشخص خواهد شد. نقاط E و D محل قرارگیری وزنه‌های آویز می‌باشد.



شکل ۱۰- تیر پیوسته با تکیه‌گاه‌های ساده

۲- نیروسنج‌های A و C را تا بالاترین حد خود بالا برده و سپس نیروسنج B را پایین آورده تا لبه آن از تیر جدا شود و نیروسنج‌های A و C را حدود دو دور یا بیشتر پایین بیاورید تا هر دو میکرومتر عدد صفر را نشان دهد. نیروسنج B را بالا برده تا با تیر تماس پیدا کند. در صورتی که تماس حاصل نشد، میکرومترهای A و C را می‌توان بیشتر از دو دور پایین آورد. سپس میکرومتر B را آنقدر بچرخانید تا عدد صفر را نشان دهد.

۳- در این حالت تیر آماده آزمایش است و نیروی موثر روی تیر وزنه‌هایی است که در وزنه آویزها قرار می‌گیرند (اثر وزن تیر با استفاده از روش قسمت قبل حذف شده است). تمام انحراف‌سنج‌ها را روی صفر تنظیم نمایید.

۴- وزنه‌های لازم را در وزنه‌آویزها قرار داده و میکرومتر نیروسنج‌ها را بقدری بپرخانید که انحرف‌سنج‌ها به درجه صفر برگردند (میکرومتر نیروسنج‌ها همزمان باید قرائت شوند). بارگذاری را افزایش دهید از روی مقدار چرخش میکرومتر نیروسنج‌ها می‌توان مقدار نیروی وارد بر هر تکیه‌گاه را پیدا کرد (حداقل پنج عدد خوانده شود). نتایج بدست

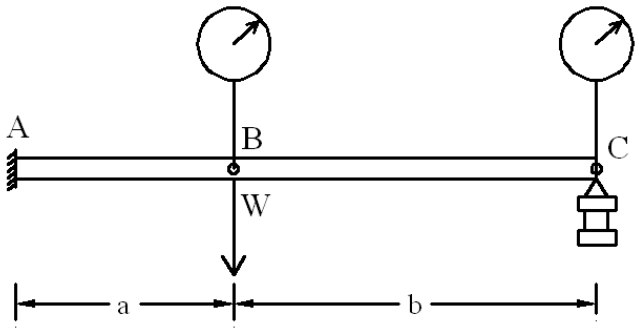
آمده را در جدول ۲ بنویسید.

جدول۲- نتایج آزمایش تیر پیوسته

نیروی وارد بر وزنه آویزها (kg)	تعداد درجات میکرومتر نیروسنج‌ها (به صورت تجمعی)		
	نیروسنج A	نیروسنج B	نیروسنج C

۳-۵- تیر یک انتها گیردار و یک انتها ساده

۱- دستگاه را مطابق شکل ۱۱ تنظیم نمایید. تیر در ابتدای آزمایش باید در حالت افقی باشد. برای این منظور انحراف‌سنج در دو انتهای تیر باید یک‌عدد را نشان دهد.



شکل۱۱- تیر یک انتها گیردار و یک انتها ساده

۲- درجه انحراف‌سنج C را قبل از بارگذاری روی عدد صفر تنظیم نمایید. پس از بارگذاری میکرومتر پایین نیروسنج C را بقدری بچرخانید که انحراف سنج بالای آن صفر را نشان دهد. از روی عدد خوانده شده روی میکرومتر مقدار نیروی وارد بر تکیه‌گاه C بدست می‌آید. انحراف‌سنج B را باید قبل از آزمایش روی صفر تنظیم نمایید و سپس مقدار انحراف تیر را در محل وزنه آویز اندازه بگیرید. بارگذاری را افزایش دهید و این مراحل را تکرار نمایید. تمام مقادیر را در جدول۳ وارد نمایید (حداقل برای پنج وزنه اندازه‌گیری صورت گیرد).

جدول۳- نتایج آزمایش تیر یک انتها گیردار و یک انتها ساده

انحراف در نقطه B (mm)	عکس‌العمل تکیه‌گاه C (kg)	مقدار قرائت درجات میکرومتر C	نیروی وارده W (kg)

٤- نحوه انجام محاسبات، به دست آوردن نتایج و سوالات

۱- در قسمت ۳-۳ نمودار درجات میکرومتر (محور افقی) را در برابر نیروی وارده به نیروسنج (محور قائم) را برای هر سه نیروسنج رسم نموده و ضریب ثابت فنر هر سه نیروسنج را بر حسب نیوتن بر یک درجه میکرومترمحاسبه کنید.

۲- در قسمت ۳-۴ با استفاده از ضریب ثابت فنر نیروسنج عکس‌العمل‌های تیر پیوسته را برای بارهای مختلف بدست آورده، مقادیر آنرا با نتایج بدست آمده از تئوری مقایسه کنید و همه را در جدول ۴ تنظیم نمایید.

جدول۴

تکیه‌گاه C				تکیه‌گاه B				تکیه‌گاه A					نیروی وارده W (kg)
درصد خطا (٪)	R_C تئوری	R_C آزمایش	درجه میکرومتر C	درصد خطا (٪)	R_B تئوری	R_B آزمایش	درجه میکرومتر B	درصد خطا (٪)	R_A تئوری	R_A آزمایش	درجه میکرومتر A		

۳- در قسمت ۳-۵ عکس‌العمل در تکیه‌گاه C و انحراف تیر در B برای بارهای مختلف را بدست آورید و با مقادیر حاصل از تئوری مقایسه و نتایج را در جدول ۵ یادداشت نمایید.

جدول۵

انحراف در B			عکس‌العمل در C				نیروی وارده W (kg)
درصد خطا (٪)	انحراف در B تئوری (mm)	انحراف در B آزمایش (mm)	درصد خطا (٪)	R_C تئوری	R_C آزمایش	درجه میکرومتر C	

۴- مقدار درصد خطای عکس‌العمل‌ها و خطاهای انحراف را در هر قسمت محاسبه و در جداول مربوطه یادداشت نمایید.

۵- فرض برنولی و محدوده کاربرد آن را برای تیرها توضیح دهید.

۶- منابع خطاهای آزمایش را بنویسید.

آزمایش تیر (ب)

۵- روش آزمایش

۵-۱- هدف آزمایش

۱- تحقیق در صحت معادله‌ی خمش تیر به‌صورت: $\frac{E}{R}=\frac{M}{I}$

۲- رسم نمودار نیرو در برابر انحراف (در تیر با دو تکیه‌گاه ساده) در حد الاستیک و تعیین ضریب یانگ E برای مواد مختلف

۳- تحقیق در شکل تیر یک سر درگیر تحت اثر وزن تیر و یک نیروی متمرکز در انتهای آزاد آن

۴- بررسی قانون ماکسول

توجه:

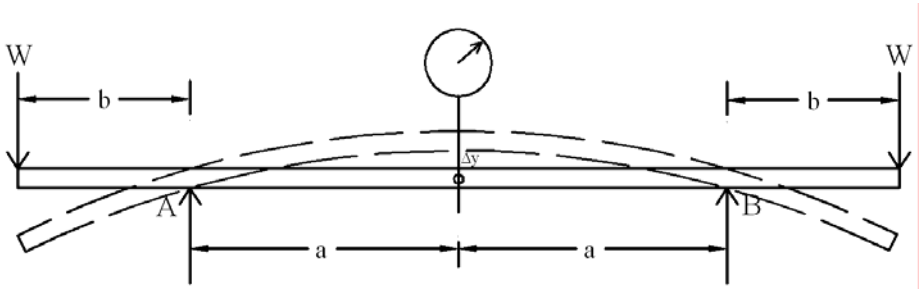
۱- در هر آزمایش ابتدا جنس تیر مورد آزمایش را مشخص نموده و سپس مقطع آنرا اندازه‌گیری کنید.

۲- در هر قسمت در صورت لزوم نمونه محاسبات را با جزییات و تعریف پارامترهای مربوطه روی شکل تیر مورد آزمایش نشان دهید.

۳- در تمامی آزمایشات انحراف تیرها، سعی کنید که تغییرشکل‌ها بین ۱ تا حدود ۹ میلیمتر باشند و البته تیر نباید وارد ناحیه پلاستیک شود. هر چقدر انحراف‌های تیر زیادترشود دقت آزمایش بیشتر می‌شود.

۵-۲- تحقیق در معادله خمش تیر ($\frac{M}{I}=\frac{E}{R}$)

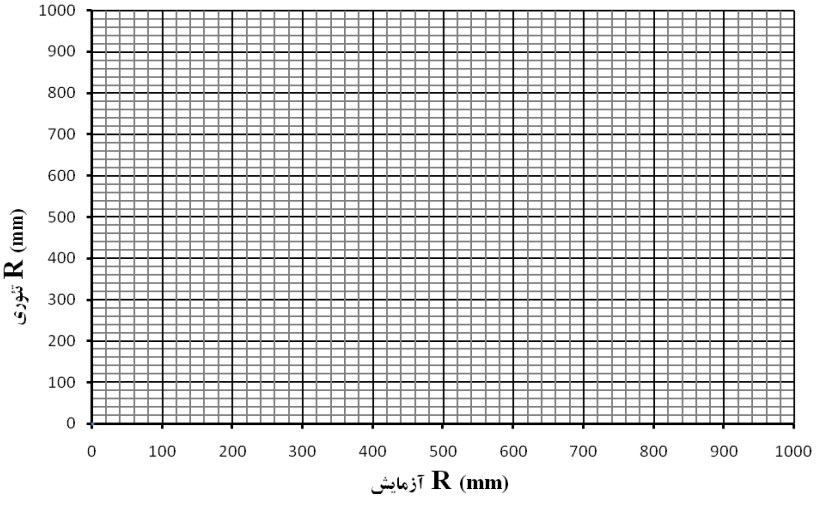
ساده‌ترین روش برای تحقیق در صحت معادله تیر، قراردادن تیر روی لبه تکیه‌گاه‌های ساده به فاصله‌ی 2a و بارگذاری در دو انتهای تیر به فاصله‌ی b از تکیه‌گاه‌ها می‌باشد (شکل۱۲) که به این طریق مقدار ممان در فاصله AB ثابت و برابر wb می‌شود (شکل۱۲).



شکل ۱۲- تیر با تکیه گاه ساده تحت لنگر خمشی خالص در قسمت میانی تیر

یک انحراف‌سنج نیز برای اندازه‌گیری انحراف در وسط تیر قرار می‌گیرد. بعد از قراردادن وزنه آویزها در دو انتهای تیر، انحراف سنج را روی صفر تنظیم نمائید. بارگذاری را از وزنه‌ی ۲۰۰ گرمی شروع و تا ۱.۵ کیلوگرم ادامه داده و هر بار انحراف وسط تیر را بخوانید. برای دقت بیشتر مقدار انحراف را در بارگذاری و باربرداری بخوانید و متوسط این دو مقدار را Δy قراردهید. برای باربرداری پس از قراردادن وزنه‌ی ۱.۵ کیلوگرمی وزنه‌ای بالاتر به تیر وارد نموده سپس آنرا بردارید تا به این وسیله باربرداری وزنه ۱.۵ کیلوگرمی نیز مشخص شود آن‌گاه به‌ترتیب وزنه‌ها را برداشته و مقادیر انحراف باربرداری را به دست آورید. مقدار انحراف در صفر را از انحراف دیگر وزنه‌ها در باربرداری کم کرده تا میزان انحراف در باربرداری در حالت بدون بار صفر گردد. نتایج آزمایش را در جدول ۶ نوشته و شعاع انحنا R را بر حسب میلیمتر محاسبه کنید ($R\cong\frac{L^2}{8\Delta Y}$ آزمایش، $R=\frac{EI}{M}$ تئوری). اگر مقادیر بدست آمده برای شعاع انحنا R به صورت تئوری و آزمایش در یک نمودار مطابق شکل ۱۳ برای مقادیر مختلف ترسیم شوند، می‌توان با استفاده از شیب خط برازش داده شده از میان نقاط آزمایش ($\tan\theta$)، درصد خطای حاصل از آزمایش را مطابق رابطه زیر محاسبه نمود:

درصد خطا = $|\tan\theta - 1|\times 100$ (۸)



شکل۱۳

جدول۶

مقدار نیروی وارده (kgf) w	انحراف بارگذاری (mm)	انحراف باربرداری (mm)	انحراف متوسط (mm)

۵-۳- تعیین ضریب یانگ (E)

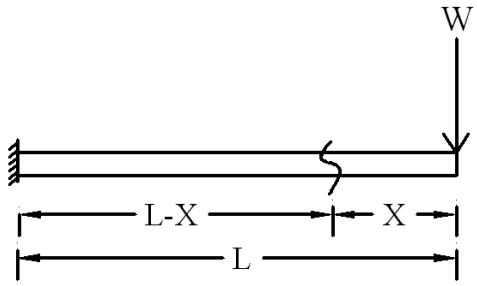
تیر مورد نظر را روی دو تکیه گاه ساده به فاصله L از یکدیگر قرار داده (شکل۳)، وزنه آویز را در نقطه C به فاصله‌ی a از تکیه‌گاه آویزان کنید، یک انحراف‌سنج نیز در محل وزنه‌آویز روی تیر قرارداده آنرا روی صفر تنظیم نمائید. بارگذاری را از ۵۰۰ گرم شروع و تا ۳.۵ کیلوگرم ادامه دهید. برای دقت بیشتر، انحراف تیر در محل وزنه‌آویز را برای بارگذاری و باربرداری خوانده و متوسط آنرا در نظر بگیرید. نتایج آزمایش را در جدول ۷ مرتب نمائید و با استفاده از رابطه ۴ و داده‌های آزمایشگاهی و برازش بهترین خط به نقاط، مدول الاستیسیته (E) تیر را محاسبه نمایید.

جدول۷

مقدار نیروی وارده (kgf)w	انحراف بارگذاری (mm)	انحراف باربرداری (mm)	انحراف متوسط (mm)

۵-٤- تغییر شکل تیر یک سر درگیر تحت اثر وزن خود و یک نیروی متمرکز

ابتدا بلوک فولادی مربوط به تکیه‌گاه گیردار در محل مورد نظر بین دو میله بالایی دستگاه محکم می‌شود. سپس تیر مورد آزمایش به طول L در یک انتها مطابق شکل۱۴ در تکیه‌گاه گیردار بین بلوک اصلی و صفحه بالائی جای داده و محکم پیچ می‌شود. سپس وزنه‌آویز تا آن‌جا که ممکن است نزدیک به انتهای آزاد تیر قرار گیرد. انحراف‌سنج باید در نزدیک‌ترین نقطه به تکیه‌گاه گیردار صفر شده، مقادیر انحراف تیر در فواصل مشخصی از انتهای گیردار (فاصله (L-x)) خوانده شود.



شکل ۱۴- تیر یک سرگیردار تحت اثر وزن خود و بار متمرکز

هر چند فنر تعبیه شده در انحراف‌سنج ضعیف است با این وجود امکان انحراف بیشتر تیر بر اثر عکس‌العمل فنر وجود دارد، بنابراین پیشنهاد می‌شود به خصوص در مورد تیرهای نازک، میله انحراف‌سنج با دست کنترل شود تا تماس کمی با تیر پیدا کند و سپس مقدار انحراف تیر خوانده شود.

اشکال دیگر این است که در بعضی موارد ممکن است تیر کاملاً راست نباشد. برای جلوگیری از هرگونه اشتباه در مقادیر خوانده شده انحراف، بهتر است تیر دو بار از پشت و رو آزمایش شود و مقدار متوسط انحراف در نظر گرفته شود. در این حالت خطای ناشی از راست نبودن تیر حذف می‌شود. نتایج آزمایش را مطابق جدول ۸ تنظیم نمائید. با توجه به داده‌های جدول می‌توان شکل تیر را ترسیم نمود.

جدول ۸

X (mm)	L-X (mm)	میزان انحراف(mm)		
		روی تیر	پشت تیر	متوسط

۵-۵- بررسی قانون ماکسول

تیر مورد آزمایش را مطابق شکل۴ تنظیم نمائید. مقدار انحراف را در وسط تیر، وقتی‌که نیرو در انتهای تیر وارد می‌شود، اندازه‌گیری کنید. سپس مقدار انحراف را در انتهای آزاد تیر وقتی که همان نیرو در وسط تیر وارد می‌شود بدست آورید. این آزمایش را برای دقت دوبار از پشت و روی تیر انجام داده و مقدار انحراف متوسط را در دو حالت در نظر بگیرید. دقت نمایید برای از بین بردن اثر وزن در این قسمت باید اندازه‌گیری میزان انحراف نسبت به حالت بدون اعمال نیرو و تحت وزن خود تیر انجام شود.

٦- نحوه انجام محاسبات، به دست آوردن نتایج و سوالات

آزمایش تحقیق در معادله خمش تیر:

میانگین درصد خطای مقادیر بدست آمده برای R را از طریق آزمایش و تئوری برای بارهای مختلف پیدا کنید و دلایل اختلاف آن‌ها را بنویسید (نتایج آزمایش و تئوری را در جدول ۹ تنظیم نمائید).

جدول ۹

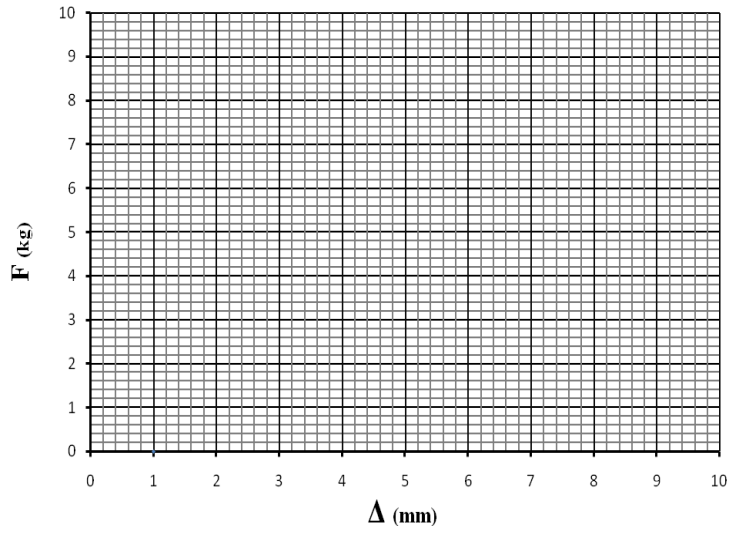
درصد خطا (٪)	R تیر تئوری	R تیر آزمایش	انحراف متوسط (mm)	انحراف باربرداری (mm)	انحراف بارگذاری (mm)	نیروی وارده (kgf)W

آزمایش تعیین ضریب یانگ:

۱- با استفاده از جدول ۷ نمودار بار را بر حسب انحراف متوسط رسم‌کرده و با استفاده از شیب منحنی مقدار ضریب یانگ E را محاسبه و با مقدار واقعی آن مقایسه کنید (برای ترسیم از نمودار مشابه شکل۱۵ استفاده نمایید).

۲- تأثیر بارگذاری و باربرداری را در نتیجه آزمایش ذکر کنید.

۳- منابع خطای آزمایش را نام ببرید.



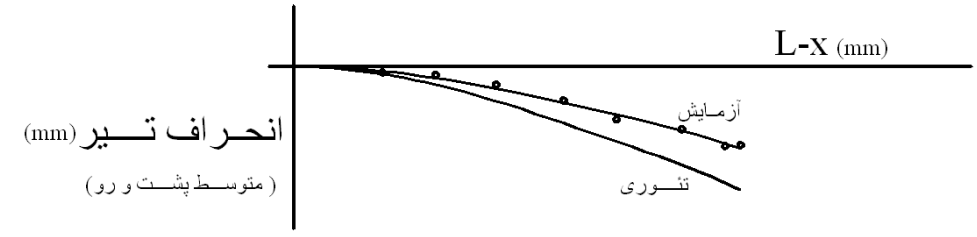
شکل ۱۵

آزمایش تیر یک سر درگیر تحت وزن خود:

نتایج آزمایش را در جدول ۱۰ تنظیم نمائید. با استفاده از آن نمودار انحراف تیر در راستای عمودی را در برابر فاصله (L-x) (راستای افقی) برای مقادیر انحراف بدست آمده از آزمایش و تئوری رسم نمائید (مشابه شکل۱۶). نتایج آزمایش و تئوری را با یکدیگر مقایسه و علت اختلاف را بیان کنید.

جدول ۱۰

X (mm)	(L-x) (mm)	انحراف روی تیر (mm)	انحراف پشت تیر (mm)	انحراف آزمایش (mm)	انحراف تئوری (mm)	درصد خطای انحراف (٪)



شکل۱۶

آزمایش قانون ماکسول:

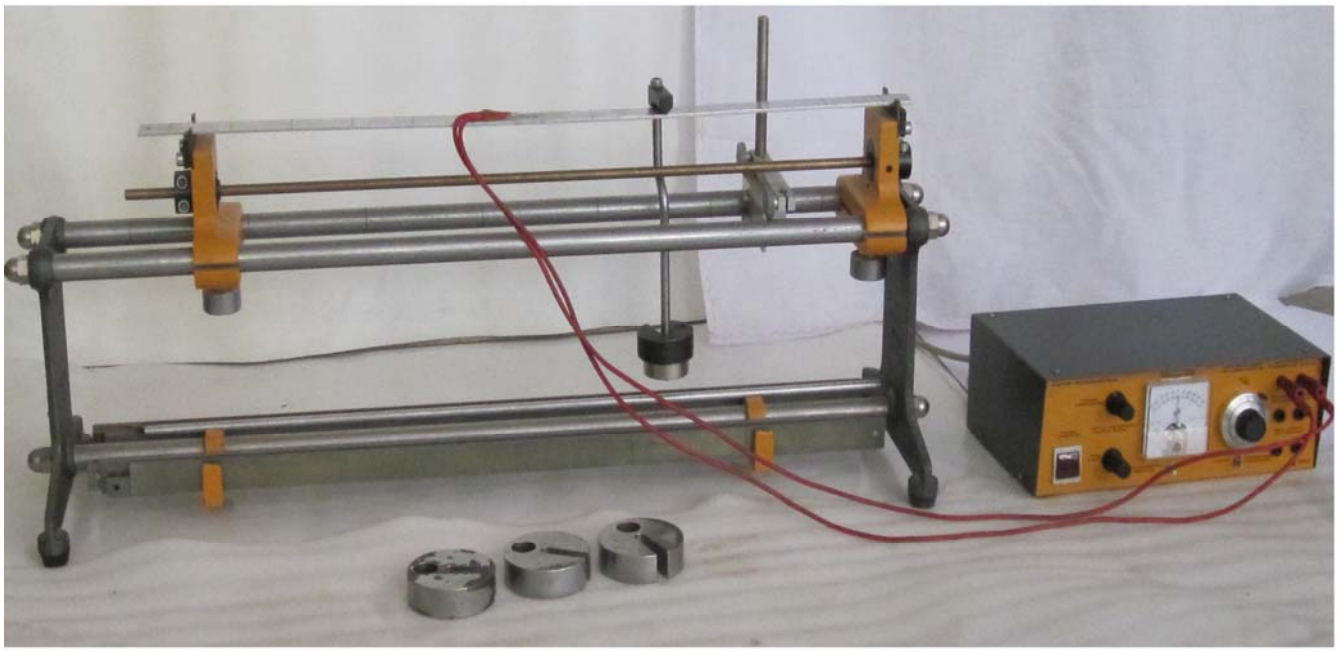
۱- یک تیر دو سر ساده را یکبار در نقطه ۱ تحت بار قائم (ثقلی) قرار داده (P_1) و جابجای نقطه ۱ (Δ_{11}) و نقطه ۲ (Δ_{21}) را اندازه بگیرید. بار دیگر همان تیر را در نقطه ۲ تحت بار قائم متفاوت با حالت قبل قرار داده (P_2) و جابجایی

نقطه ۱ (Δ_{12}) و نقطه ۲ (Δ_{22}) را اندازه بگیرید (اندیس اول نقطه اندازه‌گیری جابجایی و اندیس دوم نوبت بارگذاری است). تیر را به صورت پشت و رو کرده و متوسط مقادیر آن را برای حالت پشت و رو به صورت Δ_{21} و Δ_{12} بدست آورید. حاصلضرب‌های $P_1\Delta_{12}$ و $P_2\Delta_{21}$ و درصد خطای آزمایش به صورت $\left|\frac{P_1\Delta_{12}-P_2\Delta_{21}}{P_1\Delta_{12}}\right|\times 100$ را محاسبه کنید.

۲- در بررسی قانون ماکسول باید تاثیر انحرافات ناشی از وزن تیر را در اندازه‌گیری از بین ببریم. چرا می‌توان تأثیر وزن تیر را به روش ذکر شده از بین برد؟

۳- منابع خطای آزمایش را نام ببرید.

آزمایش اندازه گیری کرنش خطی
Linear Strain Measurment



مقدمه

هر وقت ما با یک جزء پیچیده سروکار داریم تحلیل ما تقریبی خواهد بود و باید بر حسب نیازی که داریم درجه‌ای از دقت را اختیار کنیم. تنها راهی که واقعاً می‌توان فهمید که یک قطعه تحت تأثیر بارهای وارده چگونه رفتار می‌کند، این است که آن قطعه را تا شکست تحت آزمایش قرار دهیم و چون یک قطعه ممکن است تحت تأثیر شرایط مختلف بارگذاری قرار داشته باشد، ما نیز باید آزمایشات متعددی را در شرایط مختلف، تا شکست آن قطعه، انجام دهیم. این مسئله با توجه به صرف وقت و پول زیاد، عملاً امکان پذیر نیست.

وقتی یک آزمایش خیلی مهم انجام می‌دهیم یا قطعات خیلی گران را مورد بررسی قرار می‌دهیم، دوست داریم حتی الامکان از یک تست ساده حداکثر اطلاعات لازم را به دست آوریم، اطلاعاتی که اعتماد یا شک ما را نسبت به تحلیل مورد تأکید قرار دهد. به این ترتیب دقت تصمیم‌گیری‌ها و اعتماد به تحلیل را افزایش می‌دهیم.

ما باید قادر باشیم که تنش‌ها و کرنش‌ها را، در تمام روی یک جسم یا در داخل آن، وقتی که بارگذاری شده است اندازه بگیریم. اما در واقع، عموماً ما فقط مشاهداتی از قسمت خارجی یک قطعه می‌توانیم داشته باشیم. آنگاه از مشاهدات خارجی، شرایط داخلی قطعه را باید بتوانیم استنباط کنیم. به علاوه عموماً نمی‌توان تنش را به طور مستقیم اندازه گرفت زیرا وسایل فیزیکی برای این کار در اختیار نداریم و بنابراین آنچه که می‌توانیم انجام دهیم این است که تغییرمکان‌ها و تغییرشکل‌هایی را که به علت بارگذاری ایجاد شده است، اندازه بگیریم و از این اندازه‌گیری‌ها تنش‌ها را استخراج کنیم. حوزه‌ای که به نام «تحلیل تجربی تنش» معروف است، در واقع شامل اندازه‌گیری کرنش است که از آن، مقادیر تنش استنباط می‌شود.

روش‌ها و وسایل متعددی برای اندازه‌گیری کرنش موجودند. یک نکته اساسی این است که اغلب مواد مهندسی دارای مدول الاستیسیته بالا می‌باشند و کرنش‌هایی که باید اندازه گرفته شوند خیلی کوچک است. برای موادی مثل لاستیک که خاصیت الاستیک آنها بالاست، ممکن است بتوان تغییرشکل یک دایره که روی یک سطح حکاکی شده است را مشاهده کرد، اما در مورد فولاد این کار ممکن است مشکل باشد و باید از روش‌ها و وسایلی استفاده کنیم که ذاتاً نسبت به تغییرمکان‌ها یا کرنش‌های خیلی کوچک، حساس می‌باشند. به همین دلیل تعدادی از روش‌های مهم اندازه-گیری کرنش را به طور خلاصه مورد بحث قرار می‌دهیم.

۱- روش‌های مهم اندازه‌گیری کرنش

روش اول: روش‌های نوری (Optical Methods)

چون طول موج نور کوچک و قابل تولید است، روش‌های نوری متعددی برای اندازه‌گیری کرنش وجود دارد:

۱- هولوگرافی (Holography)

ما را قادر می‌سازد که تغییرمکان‌های نقاط متعدد واقع روی سطح یک جسم را به طور همزمان مشاهده کنیم. اما این روش، هنوز به اندازه کافی توسعه نیافته است.

۲- فتوالاستیسیته (Photoelasticity)

روش بسیار توسعه‌یافته‌ای است که به طور خاص برای مسائل تنش صفحه‌ای (Plane Stress) قابل کاربرد است. قطعه مورد نظر به صورت مدلی که دارای خاصیت انکسار مضاعف نور است در می‌آید و بارگذاری می‌شود در حالی که نور پلاریزه از میان آن عبور داده شده است. وقتی این عمل به طرز صحیح انجام شده باشد، خطوط نور یا انکسارات را می‌توان مشاهده کرد و کرنش مربوطه را می‌توان تعبیر کرد.

۳- فتو الاستیسیته انکساری (Reflective Photoelasticity)

این روش شامل به کار بردن یک لایه یا ماده دارای خاصیت انکسار مضاعف بر روی سطح یک قطعه است. نور پلاریزه از قطعه منعکس می‌شود و بر حسب کرنش‌های سطح تعبیر می‌گردد.

٤- فتوالاستیسیته سه بعدی

این روش شامل استفاده از تکنیک‌های «انجماد» و «جزء جزء کردن» است اما استفاده از آن خیلی مشکل می‌باشد.

روش دوم: زنگ (لاک) ترد Brittle Lacquer

مواد ترد ذاتاً به کرنش بسیار حساسند و اگر در کشش خیلی زیاد کرنش یابند بریده می‌شوند. از این مسئله در روش رنگ ترد Brittle Lacquer برای ثبت کرنش استفاده می‌شود. اساساً لایه‌ای نازک از یک رنگ لاک خیلی بی دوام روی سطح قطعه گسترده می‌شود. بعد از اینکه لاک سخت شد، قطعه بارگذاری می‌شود. اگر قطعه دقیقاً مورد مطالعه قرار گیرد، اولین ترک‌هایی که در لاک مشاهده می‌شود نشان دهنده نقطه ماکزیمم کرنش کششی خواهد بود. در حین ادامه بارگذاری، شخص می‌تواند بارهایی را که در آنها در سطح‌های مختلف پوشش، ترک ظاهر می‌شود را ثبت کند. این مسئله برخی اطلاعات را در مورد کرنش نسبی سطوح به او می‌دهد. این یک آزمایش ساده است که نتایج کیفی خوبی را به دست می‌دهد. به علاوه جهات کرنش‌های اصلی را از روی جهات ترک‌ها تشخیص داده می‌شود.

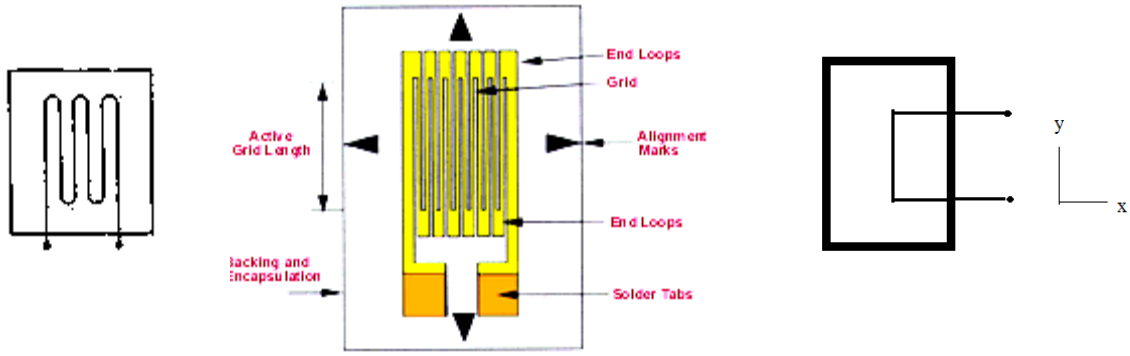
روش سوم: استفاده از کرنش‌سنج‌ها (Strain Gauges)

یکی از روش‌های اندازه‌گیری کرنش، عبارت است از تکنیک‌های اندازه‌گیری الکترونیکی. هر هادی یا نیمه هادی، اگر کشیده یا فشرده شود، یک تغییر در مقاومت الکتریکی را متحمل می‌گردد و نیمه‌هادی‌ها شاید ۵۰ تا ۲۰۰ برابر حساس‌تر ازهادی‌ها هستند و ایجاد کرنش در آن‌ها تغییرات مقاومت الکتریکی بیشتری را ایجاد می‌کند.

"Strain Gauge" یک نام عام است که به وسایل متعددی که برای اندازه‌گیری الکترونیکی کرنش به کار می‌روند، اطلاق می‌شود. کرنش‌سنج‌ها به مقدار زیاد نه فقط برای ثبت کرنش در طراحی و آزمایش مورد استفاده قرار می‌گیرند، بلکه به عنوان مبدل (transducer) در بسیاری از وسایل اندازه‌گیری نیرو، فشار، شتاب و غیره به کار می‌روند. چون کرنش‌سنج‌ها خیلی گسترده هستند و نتایج کمی خوبی ارائه می‌دهند، آنها را به طور جزئی‌تر شرح می‌دهیم.

انواع مختلف کرنش‌سنج‌ها

شکل زیر سه نوع از اندازه‌گیرها که برای اندازه‌گیری کرنش در جهت y مورد استفاده قرار می‌گیرند را نشان می‌دهد.



a–۱ b–۱ C–۱

شکل ۱– انواع کرنش‌سنج

طول اندازه‌گیرها (L) نوعاً in ۰/۰۶ تا in ۰/۵ است و آنها به صورت ساده‌ای روی سطح مورد آزمایش چسبانده شده‌اند.

شکل (۱–a): در اندازه‌گیرهای سیمی (Wire Gauges) از یک سیم به قطر in ۰/۰۰۱ استفاده می‌شود. برای چنین قطر کمی، نسبت مساحت سطح قطعه به مساحت مقطع سیم، بالاست و وقتی که قطعه کشیده شود، سیم نیز کشیده خواهد شد. سیم به صورت یک سیم پیچ مسطح درآمده و بین لایه‌های صفحات مجزا چسبانده شده است.

شکل (۱–b): در اندازه‌گیرهایی که در آنها از ورقه‌های فلزی نازک استفاده می‌شود (Foil Gauges) و امروز به طور گسترده‌ای مورد استفاده هستند، فویل از یک لایه نازک ورقه فلزی به ضخامت in ۰/۰۰۰۱ که بین لایه‌های پلاستیک قرار گرفته، ساخته شده است.

شکل (۱–c): در اندازه‌گیرهای نیمه‌هادی (Semiconductor Gauges) کرنش‌سنج از قطعه‌ای خیلی نازک و ماده‌ای نیمه‌هادی از نوع P یا N، با اتصالات دو سر، ساخته شده است و بین لایه‌های پلاستیک محکم قرار گرفته است.

وقتی اندازه‌گیرهای فلزی نشان داده شده در شکل ۱ در جهت y کشیده شوند، مقاومت آنها به علت افزایش طول و کاهش سطح مقطع‌شان افزایش می‌یابد (اثر پواسون). حساسیت اندازه‌گیر بر حسب تغییر در مقاومت تقسیم بر مقاومت اولیه بیان می‌شود. ضریب اندازه‌گیر (Gauge Factor) عبارت است از تغییر نسبی مقاومت تقسیم بر کرنش محوری.

اندازه‌گیرهای نیمه‌هادی، به علت تغییر در قابلیت تحرک الکترون که با کرنش ایجاد شده همراه است، تغییر در مقاومت خیلی بزرگتری را تحمل می‌کنند. محدوده ضریب اندازه‌گیری آنها از ۵۰ تا ۳۰۰ است. این حساسیت بالا با اثر حرارتی غیر قابل نیاز و نسبتاً بزرگ همراه است.

در بسیاری از کاربردها، اندازه‌گیرهای کرنش به داخل یک پل وتستون (Wheatastone Bridge) سیم‌کشی شده‌اند. ترکیبی از ۴ مقاومت کننده که تمام آنها (یا هر کدام آنها) می‌توانند اندازه‌گیر کرنش باشند. با قرار دادن درست و سیم‌کشی صحیح اندازه‌گیر، بسیاری از اثرات غیر دلخواه را می‌توان از خروجی حذف کرد. همچنین اندازه‌گیرهایی برای حالت عمومی کرنش ساخته شده‌اند.

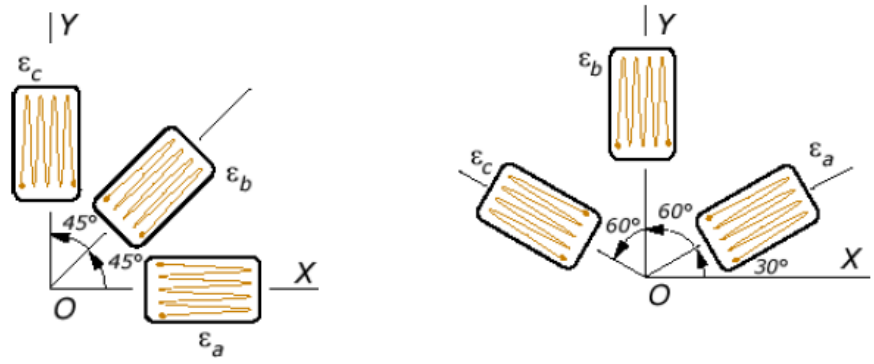
چگونگی استفاده از پل وتستون و خوشه کرنش سنج (Strain Rosettes)

وقتی جسم بارگذاری می‌شود، کرنش‌سنج‌ها تغییرشکل می‌دهند و اگر کرنش در جهت کرنش‌سنج باشد، باعث یک تغییر جزئی در مقاومت الکتریکی اندازه‌گیر می‌شود. با استفاده از پل وتستون، این تغییر کوچک در مقاومت

الکتریکی را می‌توان اندازه گرفت و از این اندازه‌گیری، کرنش عمودی در جهت کرنش‌سنج را به دست آورد.

با به کار بردن حفاظ‌های مخصوص، می‌توان کرنش‌سنج‌ها را در زیر آب یا در نواحی با درجه حرارت خیلی بالا (بالاتر از ۲۰۰۰°F برای اندازه‌گیری‌های ویژه) بکار برد. چون یک کرنش‌سنج فقط کرنش عمودی در یک جهت را اندازه می‌گیرد، برای به دست آوردن اطلاعات مربوط به حالت کرنش در یک نقطه (مثلاً کرنش‌های اصلی در یک نقطه) باید یک خوشه از کرنش‌سنج‌ها (Strain Rosettes) را مورد استفاده قرار دهیم.

ترتیبی شبیه آنچه در شکل (۲-سمت چپ) نشان داده ایم را یک خوشه راست گوشه (Rectangular) و ترتیب شبیه شکل (۲-سمت راست) را خوشه متساوی الزاویه (Equiangular) می‌نامند. باید توجه داشت که خوشه باید نسبت به جسم به قدر کافی کوچک باشد تا اندازه‌گیرها با مفهوم «کرنش در یک نقطه روی سطح» مطابقت داشته باشد.



شکل ۲- کرنش‌سنج‌های خوشه‌ای

۲- پل اندازه‌گیر کرنش (Strain Gauge Bridge MT 3004)

MT3004 یک پل اندازه‌گیری برای مطالعه خیز و تغییرات بار است که همزمان با ماشین‌های آزمایش خمش و پیچش MT3005، قابل استفاده است. نمونه‌های فولادی و آلومینیومی با این پل قابل آزمایش است. نمونه‌های آزمایش با دو Strain Gauge (۱۲۰Ω) تهیه شده و کابلها و اتصالات مربوطه اندازه‌گیرهای کرنش را به پل اندازه‌گیر مربوط می‌کنند. Gauge در مقابل رطوبت و خطرات مکانیکی دیگر، محافظت شده است.

پل اندازه‌گیر از مدارهای بزرگی ساخته شده است. کرنش در واحد طول (Strain) مستقیماً از روی پتانسیومتر مدرج ده دوری، قابل خواندن است. پل، همچنین برای اتصال با یک اسیلوسکوپ برای مطالعه تغییرات بار، دارای یک خروجی است.

۳- دستگاه آزمایش

ولتاژ تولیدی:	۲۲۰ -۲۴۰ V AC ۵۰-۶۰ HZ
قدرت مصرفی تقریبی:	۲۰ W
محدوده اندازه گیری کرنش:	۰-۲۰۰۰ μ Strain
دقت:	± ٪۱

ابعاد: ۲۷۵×۱۷۵×۱۰۰ mm

وزن: ۲kg

٤- روش آزمایش کرنش، با راهنمای استفاده از اندازه‌گیر کرنش Strain Gauge Bridge MT3004

۱- نمونه را روی دو تکیه‌گاه قرار دهید (طول L و نیروهای F، اختیاری است).

۲- برق ۲۲۰V را به پل وصل کنید.

۳- انتهای یکی از اندازه‌گیرهای کرنش را به Reference Gauge یا مبنای اندازه‌گیری وصل کنید و دیگری را به Active Gauge متصل نمائید.

۴- در ابتدا در وضعیت بدون بار و حتی وزنه آویز با تنظیم اولیه پتانسیومتر، پل را روی صفر تنظیم کنید (به وسیله تنظیم دکمه Initial Adjustment) و نیز به کمک دو پیچ ریز و درشت سمت چپ دستگاه آمپر را روی صفر تنظیم کنید.

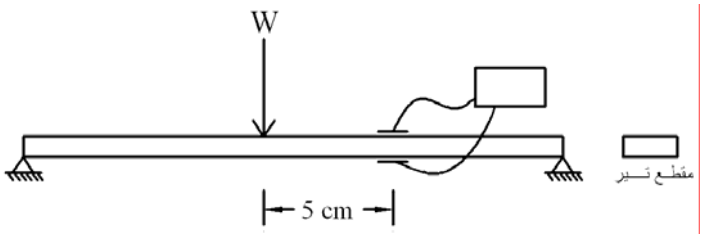
۵- به نمونه نیرو وارد کنید (وزن وزنه آویز ۲.۵ نیوتن است) و این دفعه پل را به وسیله تنظیم کردن دکمه Strain Balance با پتانسیومتر ده دوری مدرج، روی صفر قرار دهید، کرنش را مستقیماً از روی این پتانسیومتر بر حسب μ-strain بخوانید. برای یافتن مقدار واقعی کرنش، اعداد خوانده شده از روی پتانسیومتر را باید نصف کرد.

۶- ابتدا تیر فولادی را به دستگاه متصل نموده و دسته اعمال بار را در فاصله ۵ سانتی‌متری کرنش‌سنج متصل به آن قرار دهید. مقدار بار متمرکز را طی ۸ مرحله از صفر تا ۲۸ نیوتن افزایش دهید و در هر مرحله مقدار کرنش سطح خارجی مقطع میانی تیر را قرائت نمایید. در هر مرحله مقدار بار اعمالی (W) و کرنش قرائت شده برای آن (ε_m) را در جدول ۱ ثبت نمایید.

۷- با اندازه‌گیری مقدار بار متمرکز اعمالی و با توجه به محل اعمال آن مقدار گشتاور خمشی ایجاد شده در مقطع میانی تیر را محاسبه و در جدول ۱ درج نمایید.

۸- با اندازه‌گیری ابعاد مقطع عرضی تیر و معلوم بودن مدول الاستیسیته فولاد (مقدار آن را مربی آزمایشگاه اعلام می‌کند) ، مقدار کرنش تئوری سطح خارجی مقطع میانی تیر را با استفاده از روابط مقاومت مصالح برای هر حالت بارگذاری محاسبه و در جدول ۱ درج نمایید و توجه به توضیحات قسمت بعد ضریب تصحیح دستگاه را تعیین نمایید.

۹- تیر آلومینیومی را به دستگاه متصل نموده و دسته اعمال بار را در فاصله ۵ سانتی‌متری کرنش‌سنج متصل به آن قرار دهید. مقدار بار متمرکز را طی ۸ مرحله از صفر تا ۱۸ نیوتن افزایش داده و در هر مرحله مقدار کرنش سطح خارجی مقطع میانی تیر را قرائت و در جدول ۲ قرار دهید. با استفاده از ضریب تصحیح بدست آمده از قسمت قبل مدول الاستیسیته تیر آلومینیومی تعیین می‌شود.



شکل ۳- شکل شماتیک نمونه‌ها تحت بارگذاری

۵- نحوه انجام محاسبات و به دست آوردن نتایج

۱- تعیین ضریب تصحیح دستگاه(K):

پل، برای یک ضریب اندازه‌گیر k =۲/۰۰ طرح شده است، اگر Gauge مورد استفاده فاکتوری غیر از ۲/۰۰ داشته باشد، باید اصلاح لازم صورت بگیرد.

مثال:

Gauge Factor =۲/۱۵

کرنش اندازه گرفته شده روی پل:

$۲۰۰۰\ (۱۰)^{-۶}$ mm

مقدار واقعی کرنش:

$$۲۰۰۰\times\frac{۲/۰۰}{۲/۱۵}\times۱۰^{-۶}=۱۸۶۰\times۱۰^{-۶}\ \text{mm}=(\text{با توجه به ضریب اندازه گیر }۲/۱۵)$$

طبق معمول، ضریب اندازه‌گیر کرنش برای هر Gauge روی نمونه‌ها نوشته است، به علامت روی نمونه‌ها توجه کنید. برای تعیین ضریب تصحیح دستگاه(k) به کمک تیر فولادی به در نظر گرفتن فولاد، طی ۸ مرحله بار متمرکز روی تیر را از صفر تا ۲۸ نیوتن افزایش دهید. سپس با استفاده از جدول زیر و رسم نمودار $\varepsilon_{\text{دستگاه}}$ – $\varepsilon_{\text{تئوری}}$ ، ضریب تصحیح دستگاه (k) را محاسبه کنید.

جدول۱- نتایج آزمایش نمونه فولادی

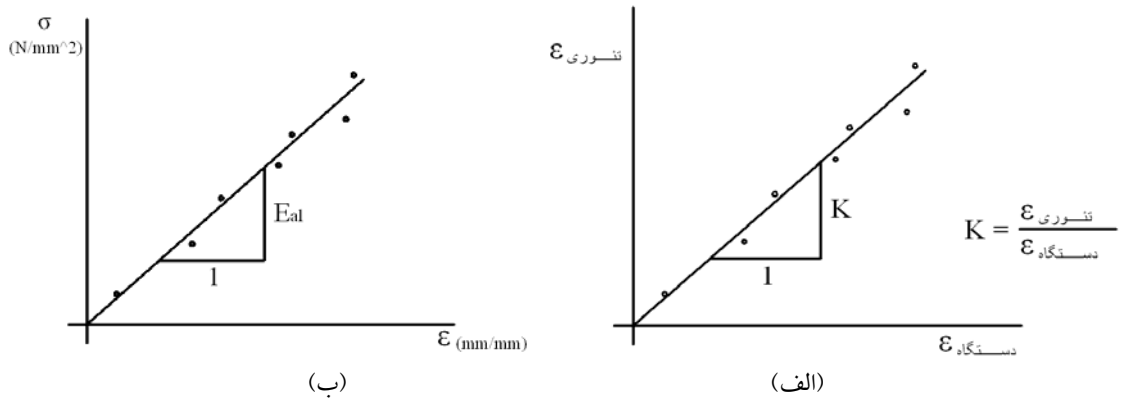
W (N)	M (N.mm)	$\varepsilon_{\text{تئوری}}=Mc/(EI)\times10^{-6}$	$\varepsilon_{\text{دستگاه}}\ (\text{mm/mm})\times10^{-6}$

۲- تعیین مدول الاستیسیته تیر آلومینیومی:

با استفاده از ضریب k بدست آمده در بالا و جدول زیر نمودار $\varepsilon_{\text{تئوری}}$ – $\sigma_{\text{تئوری}}$ ، را برای آلومینیوم رسم نموده و E_{al} را محاسبه نمایید. طی ۸ مرحله بار متمرکز را تا ۱۸ نیوتن افزایش دهید.

جدول۲- نتایج آزمایش نمونه آلومینیومی

W (N)	M (N.mm)	$\varepsilon_{\text{دستگاه}}\ (\text{mm/mm})\times10^{-6}$	$\varepsilon_{\text{تئوری}}=k\times\varepsilon_{\text{دستگاه}}$	$\sigma_{\text{تئوری}}=Mc/(I)$



شکل ۴- برازش نتایج. الف) ضریب تصحیح دستگاه، ب) مدول الاستیسیته آلومینیوم

۳- وقتی کرنش خطی در یک حالت بارگذاری خاص پیدا شد، تنش را می‌توان به کمک قانون هوک پیدا کرد، که در آن:

$\sigma = E.\ \varepsilon$

مدول الاستیسیته برای ماده مورد نظر بر حسب

$\sigma = \ldots kgf / mm^2$

$E = \ldots kgf / mm^2$

کرنش خطی در واحد طول

$\varepsilon = \ldots$

۴- با اندازه گیری دهانه پل، بار F و ابعاد نمونه، برای حالت بارگذاری خاص، تنش را به روش تئوری محاسبه کنید و با مقادیر آزمایشگاهی مقایسه کنید.

٦- سوالات

۱- طرز کار Strain Gauge، روابط مربوطه و چگونگی اندازه‌گیری کرنش توسط آن را بنویسید.
۲- در مورد انواع مختلف Strain Gauge تحقیق کرده و نتیجه را بنویسید.
۳- یک بررسی در مورد کرنش‌های اصلی و دایره موهر کرنش‌ها در سه بعد انجام داده و نتیجه را بنویسید.
(تعریف کرنش اصلی، روابط تبدیل کرنش از یک مختصات به مختصات دیگر، دوایر موهر کرنش و ...)
۱- فرق‌هادی‌ها و نیمه‌هادی‌ها را بنویسید.
۲- منابع خطای آزمایش را نام ببرید.

آزمایش پیچش
Torsion Test

مقدمه

اگر میله‌ای را محکم در یک انتها ثابت نموده و انتهای دیگر آن را به وسیله‌ی یک کوپل (Torque) تحت پیچش قرار داشته باشد و این کوپل در صفحه عمود بر میله باشد، گفته می‌شود که میله تحت تاثیر یک پیچش ساده قرار دارد. اثر کوپل پیچشی ایجاد تغییر مکان زاویه‌ای در مقطع میله و تنش برشی (Shear Stress) روی سطح مقطع میله که عمود بر محور آن است، می‌نماید. کمیت ممان اینرسی قطبی (J) مقطع نیز در محاسبات مورد استفاده قرار می‌گیرند.

۱- مبانی و تئوری پیچش

۱-۱- محاسبه‌ی تنش برشی

برای یک میله با مقطع دایره (توپر یا توخالی) که تحت ممان پیچشی T قرار دارد، مقدار تنش برشی در فاصله‌ی r از مرکز مقطع میله از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$\tau = \frac{Tr}{J} \qquad (۱)$$

که در آن J مقدار ممان اینرسی قطبی مقطع بوده و برابر است با:

$$J = \frac{\pi}{32}(D_0^4 - D_i^4) \qquad (۲)$$

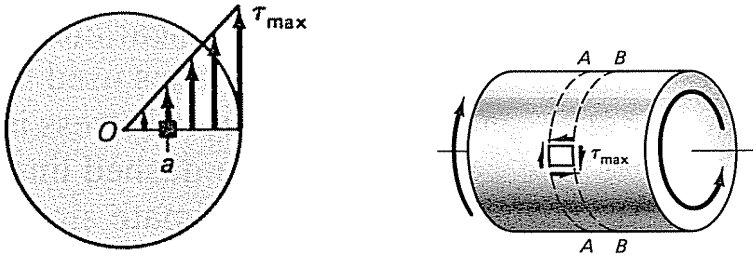
که D_0 اندازه‌ی قطر خارجی و D_i اندازه‌ی قطر داخلی میله است و در موردی که میله توپر باشد $D_i=0$ و در نتیجه:

$$J = \frac{\pi}{32}D_0^4 \qquad (۳)$$

در مورد لوله‌هایی که دارای جداره‌ی نازک به ضخامت t و قطر تقریبی D باشند J از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌گردد:

$$J = \frac{\pi}{4}tD^3 \qquad (۴)$$

همانطور که از رابطه‌ی ۱ دیده می‌شود مقدار تنش برشی از صفر در مرکز شروع و به مقدار حداکثر آن در لایه‌ی خارجی تغییر می‌کند و باید توجه داشت که هیچ نقطه از میله نباید از حد تناسب الاستیک جسم بیشتر تنش پیدا کند تا رابطه‌ی فوق صادق باشد. شکل ۱ توزیع تنش برشی را در مقطع دایره‌ای میله نشان می‌دهد.



شکل ۱- توزیع تنش برشی در مقطع دایره ای تحت پیچش

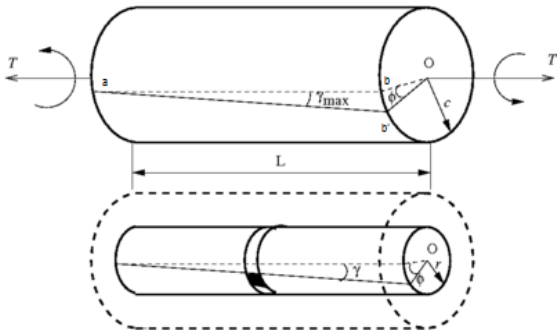
۱-۲- محاسبه‌ی تغییر شکل برشی – زاویه پیچش

میله شکل ۲ را در نظر بگیرید. خط ab را روی میله علامت بگذارید. بعد از عمل پیچش خط ab به صورت ab' در می‌آید. زاویه‌ی γ را تغییر شکل نسبی برشی میله می‌نامند. نسبت تنش برشی τ به این مقدار تغییر شکل γ را مدول الاستیسیته برشی (یا به اختصار مدول برشی) می‌نامند که با G نشان داده می‌شود.

$$G = \frac{\tau}{\gamma} \qquad (۵)$$

با توجه به روابط ۱ و ۵ و شکل ۲ مقدار زاویه‌ی پیچش (θ) برای مقطع میله به طول L از رابطه زیر محاسبه می‌شود :

$$\theta = \frac{\tau L}{Gr} = \frac{TL}{GJ} \qquad (۶)$$



شکل ۲- زاویه پیچش و تغییر شکل برشی

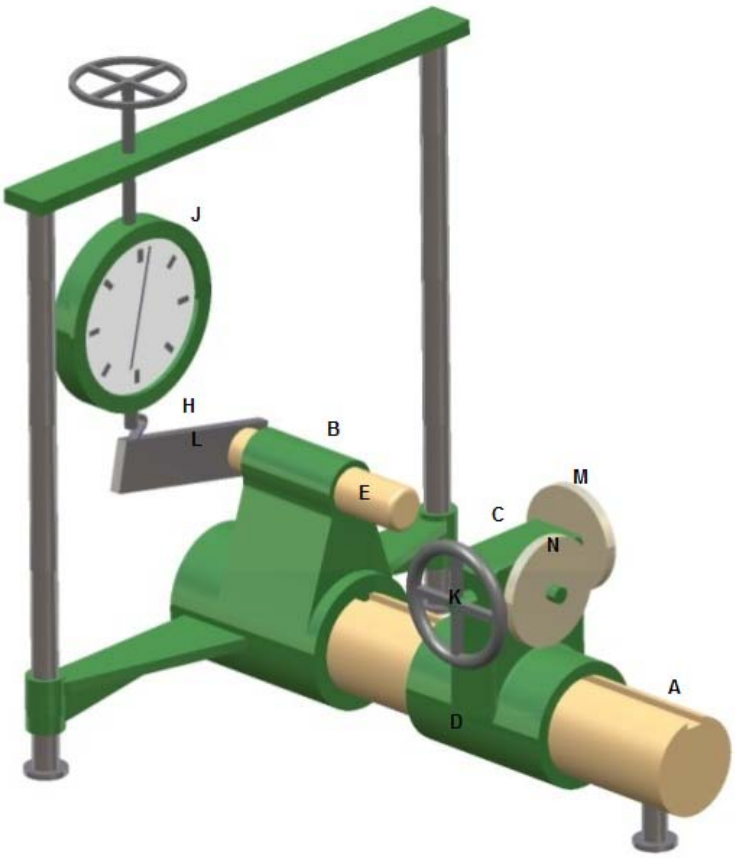
۲- دستگاه آزمایش

دستگاه آزمایش پیچش شکل ۳ از یک محور ریل دار فولادی (A) به قطر ۷۶ میلیمتر تشکیل شده است. یکی از فک‌های در برگیرنده‌ی نمونه‌ی پیچش در انتهای محور، ثابت (B) و فک دیگر روی محور، متحرک (C) می‌باشد که به وسیله‌ی چرخ‌دستی که روی آن نصب شده می‌توان به نمونه پیچش وارد کرد. فک متحرک دارای یک چرخ‌دنده کاهنده با نسبت ۱ : ۶۰ است و طوری قرارگرفته که می‌تواند روی ریل در طول محور حرکت کند. گیره‌ی (D) روی فک متحرک نصب شده که می‌تواند بسته به طول نمونه فک متحرک را در هر نقطه از طول محور ثابت نگه دارد. فک ثابت دارای محوری است (E) که طوری قرارگرفته که با حرکت در داخل فک ثابت می‌تواند تغییر طول جزئی نمونه را

در اثر پیچش تحمل نماید. یک فنر در پشت این فک ثابت مورد استفاده قرار گرفته است و باعث فشردن آن می‌شود که نمونه تحت پیچش خالص قرار گیرد و در آن تنش‌های محوری قابل توجه، ناشی از تغییرطول نمونه ایجاد نشود. در انتهای آزاد این محور یک بازوی گشتاور (H) به شعاع ۱۲۵ میلیمتر قرار گرفته و گشتاور می‌تواند در هر جهتی به نمونه وارد شود. این گشتاور توسط گشتاورسنج مدرج (J) که روی دستگاه نصب شده بر حسب نیوتن متر اندازه‌گیری می‌شود. به‌وسیله‌ی چرخاندن یک چرخ‌دستی (K) که روی چهارچوب دستگاه نصب شده می‌توان بازوی گشتاور (H) را به حالت افقی برگرداند، که از تراز (L) روی بازوی گشتاور(H) برای افقی کردن این بازو استفاده می‌شود. در طول آزمایش نمونه بین دو فک ثابت و متحرک قرار می‌گیرد. چرخ‌دستی که روی فک متحرک قرار دارد می‌تواند به نمونه پیچش وارد کند. پیچاندن نمونه می‌تواند در جهت عقربه‌های ساعت یا خلاف آن باشد و زاویه‌ی پیچش توسط دو صفحه‌ی مدرج (M) و (N) یا به وسیله‌ی کنتور دورسنج اندازه‌گیری می‌شود.

صفحه‌ی مدرج (M) از صفر تا ۶ درجه در هر دو جهت درجه‌بندی شده و صفحه‌ی (N) از صفر تا ۳۶۰ درجه در هر دو جهت برای اندازه‌گیری زوایای پیچشی بزرگتر مدرج شده است. کنتور دورسنج به ازای هر یک دور ۶ درجه زاویه پیچش را نشان می‌دهد.

نمونه‌های مورد آزمایش برنجی و فولادی است که طول کلی آنها (۱۴۳ میلیمتر) و در دو انتها ۶ گوش و در وسط دایره‌ای می‌باشد.



شکل ۳- دستگاه آزمایش پیچش

۳- روش آزمایش

۳-۱- هدف آزمایش

الف- بررسی رفتار مواد در عمل پیچش در حد الاستیک

ب- تعیین مدول الاستیسیته برشی (G)

پ- تعیین تنش برشی در نقطه‌ی تسلیم (Yield Point)

ت- بررسی حالت مواد در حالت تغییر شکل دائمی (Plastic) و مشاهده‌ی پدیده‌ی کار سختی(Work Hardening)

ث- مقایسه‌ی مقاومت آلیاژهای مختلف تحت اثر پیچش

۳-۲- دستور کار انجام آزمایش

۱- طول موثر (مقطع دایره‌ای شکل) و قطر نمونه را اندازه‌گیری کنید.

۲- خطی در طول قسمت دایره‌ای نمونه رسم شود تا زاویه پیچش نمونه را در طول آزمایش نشان دهد.

۳- گشتاورسنج را از انتهای بازوی گشتاور (H) آزاد و با پیچ مربوطه روی صفر تنظیم نمائید.

۴- نمونه را طوری در فک‌ها قرار دهید، که تمام طول ۶ ضلعی در فک فرو رود. نمونه را ابتدا در فک متحرک محکم نموده و سپس نمونه را آنقدر وارد فک ثابت کنید که فنر پشت فک ثابت کمی فشرده شود.

۵- وقتی نمونه در فک ها محکم شد فک متحرک را توسط گیره (D) روی ریل قفل نمایید.

۶- به‌کمک چرخ دستی روی فک متحرک تراز را افقی کنید.

۷- چرخ‌دستی بالای گشتاورسنج را بچرخانید تا تماس کمی بین قلاب گشتاورسنج و انتهای بازوی گشتاور (H) برقرارشود. چرخ‌دستی بالای گشتاورسنج را آنقدر بچرخانید تا عقربه‌ی گشتاورسنج در آستانه‌ی حرکت قرار گیرد.

۸- صفحات زاویه‌سنج و کنتور دورسنج را توسط پیچ‌های مربوطه صفر کنید.

۹- با چرخاندن چرخ‌دستی روی فک متحرک برای فواصل زاویه‌ای مشخص به نمونه گشتاور وارد کنید. قبل از یادداشت مقدار گشتاور وارده بازوی گشتاور (H) را توسط چرخ‌دستی (K) افقی کنید.

۱۰- برای هر زاویه‌ی پیچش مقادیر زیر را یادداشت کنید.

الف) زاویه‌ی پیچش نمونه (θ) بر حسب درجه

ب) گشتاور وارده (T) برحسب نیوتن متر

ج) فواصل زاویه‌ی پیچش را برای نمونه‌ی فولادی نیم درجه و برای نمونه‌ی برنجی یک درجه در حد الاستیک انتخاب کنید.

د) وقتی‌که نمونه از حالت الاستیک عبور کرد آزمایش را تا شکست نمونه ادامه دهید. منتهی فواصل پیچشی را افزایش دهید.

توجه۱: بارگذاری را تا زاویه پیچش ۵ درجه انجام دهید و سپس نمونه را باربرداری (کاهش کوپل اعمال شده) نمایید تا به لنگر پیچشی صفر برسد. بعد از آن بارگذاری را مجددا تا شکست نمونه انجام دهید.

توجه۲: بسته به عکس‌العمل دستگاه کوپل سنج ابتدا فاصله درجات را کم و سپس بتدریج فاصله درجات را زیاد کنید.

این افزایش فاصله درجات هنگامی که تغییرات T در ناحیه پلاستیک کم می‌شود افزایش می‌یابد.

٤- نحوه انجام محاسبات، به دست آوردن نتایج

ابعاد زیر را اندازه‌گیری کنید.

۱- قطر نهایی نمونه

۲- طول کلی نمونه در آخر

نتایج آزمایش را در جدول زیر مرتب کنید:

زاویه‌ی پیچش (θ) بر حسب رادیان	گشتاور وارده (T) بر حسب (N.m)	زاویه‌ی پیچش (θ) بر حسب درجه

الف) با استفاده از جدول بالا منحنی T (N.m) در مقابل θ (رادیان) را برای تمام طول آزمایش تا شکست نمونه رسم کنید.

ب) با استفاده از جدول بالا و منحنی قسمت الف، منحنی گشتاور T در مقابل زاویه‌ی پیچش θ (رادیان) را برای ناحیه‌ی برگشت‌پذیر رسم کنید و با استفاده از شیب منحنی، مدول الاستیسیته برشی(G) را محاسبه و با مقدار واقعی آن مقایسه کنید. همچنین با استفاده از این منحنی گشتاور در حد تناسب را تعیین و تنش برشی مربوطه را محاسبه کنید.

ج) با استفاده از منحنی قسمت (ب) مقاومت نقطه‌ی تسلیم یا تنش برشی تقریبی را در $۰/۰۰۱ rad/in$ (Proof Stress) از طول میانی اولیه‌ی نمونه را حساب کنید.

د) مقدار متوسط انرژی جذب شده را بر واحد حجم تا تنش حد تناسب محاسبه کنید.

و) با استفاده از منحنی قسمت (ب) نمودار τ را در مقابل $\theta' = \theta / L_0$ در ناحیه الاستیک خطی (تا نقطه حد تناسب) از رابطه ۱ و در ناحیه پلاستیک با استفاده از منحنی قسمت (ب) و دستورالعمل زیر (حداقل در سه نقطه و از جمله نقطه τu) محاسبه و ترسیم نمایید (توضیحات با توجه به شکل۴ است).

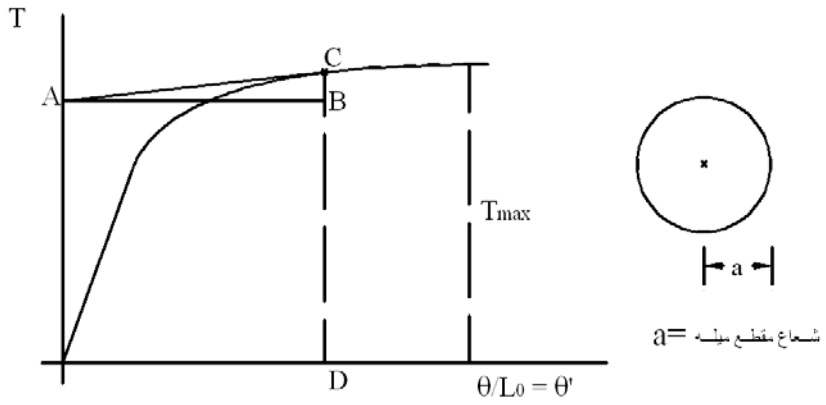
$$\tau_{r=a} = \frac{1}{2\pi a^3}(\theta' \frac{dT}{d\theta'} + 3T)$$

در این صورت با استفاده از منحنی قسمت (ب) و با توجه به شکل ۴ (خط AC مماس بر نقطه مورد نظر در نمودار است) می‌توان نوشت:

$$\tau_{r=a} = \frac{1}{2\pi a^3}(\overline{BC} + 3\overline{CD})$$

و با استفاده از رابطه بالا می‌توان ثابت کرد:

$$(\tau_{r=a})_{\max} = (\tau_{r=a})_u = \tau_u \longrightarrow \tau_u = \frac{3T_{\max}}{2\pi a^3}$$



شکل ۴- نمودار شماتیک لنگر پیچشی در مقابل زاویه پیچش بر واحد طول برای قسمت (ب)

۵- سوالات

۱- خطاهایی را که باعث اختلاف بین مقادیر واقعی و بدست آمده از آزمایش می‌شود را ذکر کنید.

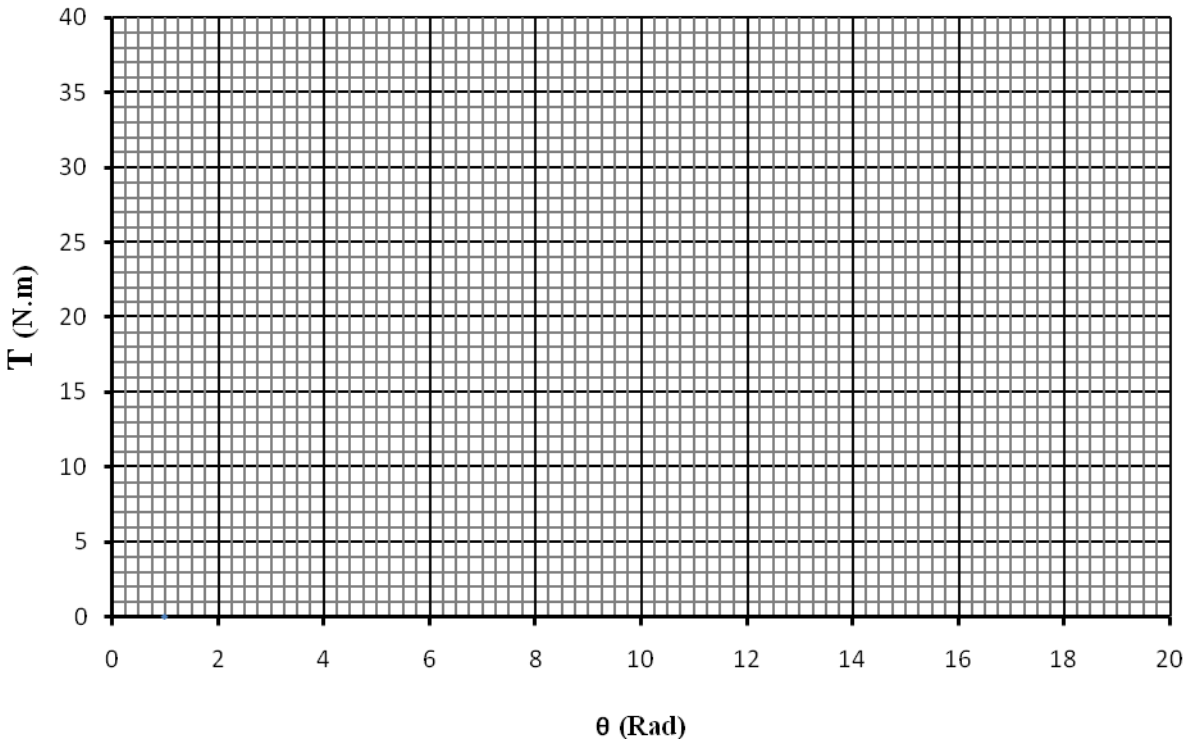
۲- چرا بازوی گشتاور قبل از خواندن گشتاور باید به حالت افقی برگردانده شود؟

۳- کارسختی (Work Hardening) چیست و در این آزمایش به‌چه صورت مشاهده می‌شود.

۴- سطح شکست نمونه‌های ترد و نرم را رسم کنید و به کمک دایره موهر توضیح دهید. سطح شکست نمونه‌ها را در این آزمایش با آزمایش کشش مقایسه کنید.

۵- منابع خطای آزمایش را نام ببرید.

ضمیمه: نمونه نمودارها



آزمایش ستون
Buckling Test

مقدمه

ستون قطعه‌ای است که تحت اثر نیروی محوری فشاری قابل توجه قرار داشته باشد. اگر ضخامت ستون نسبت به طولش کم باشد، در اثر باری کمتر از حد مجاز فشاری کمانش پیدا می‌کند و کمانش موجب گسیختگی می‌گردد. یک قطعه فشاری معمولاً موقعی ستون خوانده می شود که طول قطعه تحت بار بیشتر از ۱۰ برابر ضعیف‌ترین بعد مقطع آن باشد. معمولا قطعات با نسبت کمتر از ۳ را پایه (Pedestal) می‌نامند.

ستون‌ها را معمولا به سه دسته تقسیم می‌کنند، طویل، متوسط و کوتاه. این سه گروه از روی عملکردشان متمایز می‌گردند. ستون‌های طویل در اثر کمانش یا خمش جانبی زیاد، گسیخته می‌شوند. ستون‌های متوسط در اثر ترکیبی از کمانش و تنش فشاری گسیخته و قطعات فشاری کوتاه در اثر تنش فشاری گسیخته می‌شوند.

اگر ستون کاملا مستقیمی را تحت اثر نیروی محوری (بدون خروج از مرکزیت) قراردهیم، واضح است که در حالت مستقیم همواره یک جواب برای تعادل سیستم موجود می‌باشد ولی در صورت وجود انحنای کوچک ساخت یا بار جانبی کوچک، تعادل به ازای مقادیر خاص نیروی محوری (که بستگی به مقطع ستون، طول و شرایط مرزی ستون دارد) به وجود می‌آید و افزایش بار محوری بیشتر از این نیرو در ستون کمانش ایجاد می‌کند. به‌عبارت دیگر به‌ازای این مقادیر خاص حالات دیگری به غیر از حالت مستقیم ستون می‌تواند جواب معادله تعادل سیستم باشد.

چنان‌که مشاهده می‌شود سیستم همواره حالت تعادلی به‌صورت مستقیم خواهد داشت ولی عملا هیچ ستونی به‌صورت تئوری، مستقیم (بدون هیچ انحنائی) و بارگذاری کاملا محوری وجود نخواهد داشت. به‌این دلیل بارگذاری محوری روی ستون‌ها باعث خمش ستون می‌گردد. می‌توان در این حالت بار بحرانی را چنان تعریف کرد که مقداری از نیروی محوری است که به ازای آن تغییر مکان جانبی ستون به سمت بی‌نهایت میل کند (البته برای تغییر مکان‌های بینهایت کوچک) و می‌توان ثابت نمود که بار بحرانی مستقل از عامل مولد خمش می‌باشد (عامل مولد خمش می‌تواند انحنای اولیه ستون، بار غیر محوری و یا نیروی جانبی روی ستون باشد).

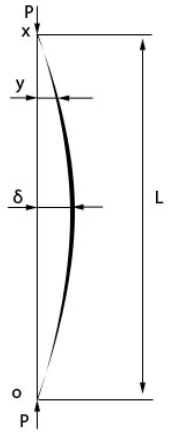
یک ستون موقعی ایده‌آل فرض می‌شود که همگن بوده و دارای سطح مقطع ثابت باشد و تحت اثر نیروی فشاری محوری قرار گیرد. با وجود این ستون‌های معمولی همیشه در اثر جنس مصالح و نوع ساخت دارای خروج از مرکزیت مختصری هستند.

۱- مبانی و تئوری کمانش

در بسیاری از ستون‌ها که تحت اثر نیروی فشاری قرار دارند، قبل از رسیدن تنش‌های محوری به حد تناسب تنش فشاری، کمانش اتفاق می‌افتد. این نیرو را نیروی بحرانی می‌نامند و مقدار آن را می‌توان از تئوری اویلر به‌دست آورد. تئوری اویلر برای ۳ حالت استاندارد در زیر بیان شده است:

۱-۱- ستون با دو انتهای لولائی

در شکل۱ ، ستون تحت اثر نیروی P قرار دارد. معادله خمش تیر را می‌نویسیم:



شکل ۱- ستون با دو انتهای لولایی

$$-EI\ \frac{d^2 y}{dx^2} = M = Py \quad \rightarrow \quad \frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{Py}{EI} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{d^2 y}{dx^2} + \alpha^2\ y = 0\ , \quad \alpha^2 = \frac{P}{EI}$$

حل معادله‌ی دیفرانسیل بالا (یک معادله دیفرانسیل همگن با ضرایب ثابت) به‌صورت زیر است:

$$y = A\ \sin\alpha x + B\ \cos\alpha x$$

ثابت‌های A و B با استفاده از اعمال شرایط مرزی به دست می‌آیند:

$$x = 0, \quad y = 0 \quad \Rightarrow \qquad B = 0$$

$$x = L, \quad y = 0 \quad \Rightarrow \qquad A\sin\alpha L = 0$$

و از آنجا $\sin\alpha L = 0$ زیرا در غیر اینصورت A=0 و در نتیجه y=0 (دقت شود که معادله تعادل برای بررسی کمانش در وضعیت تغییر شکل یافته (پس از کمانش) مطابق شکل ۱ نوشته می‌شود).

حداقل مقداری که در معادله $\sin\alpha L = 0$ صدق می کند برابر است با:

$$\alpha L = \pi \qquad \Rightarrow \qquad \alpha^2 = \frac{P}{EI} = \frac{\pi^2}{L^2}$$

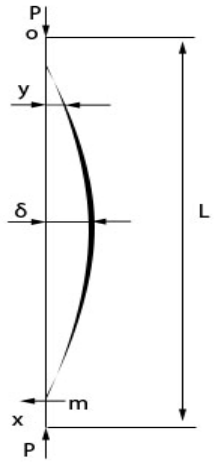
از معادله‌ی بالا حداقل مقدار نیروی P که باعث کمانش ستون خواهد شد، تعیین می گردد. این نیرو را "بار بحرانی اویلر" (P_E) می‌نامیم:

$$P_E = \pi^2 \frac{EI}{L^2} \qquad (۱)$$

که در آن I ممان اینرسی مقطع ستون (حول محور خمش در زمان کمانش) است و برای ستون به عرض b و ضخامت h برابر $I=bh^3/12$ بدست می‌آید.

۱-۲- ستون با دو انتهای ثابت

تئوری این قسمت نیز شبیه قسمت قبل است، با این تفاوت که مقدار ممان در دو انتها برابر m می‌باشد(شکل۲) و معادله‌ی خمش ستون به‌صورت زیر است:



شکل ۲- ستون با دو انتهای ثابت

$$-EI\ \frac{d^2 y}{dx^2} = M = Py - m$$

از حل این معادله مقدار بار بحرانی اویلر به‌دست می‌آید:

$$P_E = 4\pi^2 \frac{EI}{L^2} \qquad (۲)$$

۱-۳- ستون با یک انتها ثابت و یک انتها لولائی

مقدار نیروی بحرانی در این حالت از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:

$$P_e = 2.05\pi^2 \frac{EI}{l^2} \qquad (۳)$$

مقاومت هر عضو در مقابل خمش به‌وسیله‌ی EI مشخص می‌شود. مقدار I را می‌توان به‌صورت $I = Ar^2$ نوشت (که r شعاع ژیراسیون مقطع ستون حول محور خمش هست). برای یک ماده‌ی بخصوص، نیروی وارد بر واحد سطح که هر عضو می‌تواند تحمل کند با r رابطه دارد. مقطع هر ستون دو ممان اینرسی دارد که اگر مقدار کمتر را انتخاب کنیم، خواهیم داشت:

$$\text{نسبت باریک اندامی ستون یا ضریب لاغری ستون } (\lambda) = \frac{\text{طول موثر ستون}}{\text{شعاع ژیراسیون حداقل}} = \frac{kL}{r_{\min}}$$

مقدار عددی ضریب لاغری مشخص‌کننده این است که عضو مورد نظر در طبقه‌بندی ستون‌هایی است که به حد تناسب فشاری می‌رسند یا ستون‌هایی که در آن‌ها کمانش الاستیک اتفاق می‌افتد.در رابطه فوق kL طول موثر ستون (Le) و k ضریب طول موثر ستون است. از آنجا که طول موثر یک ستون فاصله بین نقاط عطف ستون است، بنابراین k برای ستون‌های فوق برابر است با:

ستون با دو انتهای لولایی k=1 ، ستون با دو انتهای ثابت k=0.5 ، ستون با یک انتها ثابت و یک انتها لولائی k=0.7

۲- دستگاه آزمایش

نمای کلی دستگاه در شکل زیر نشان داده شده است.

شکل ۳- نمای کلی دستگاه آزمایش ستون

وسایل دیگری که از آن‌ها در این آزمایش استفاده می‌شود:
انحراف‌سنج، نیروسنج، میله‌های آزمایش به طول‌هایی از ۴۰۰ تا ۷۵۰ میلی‌متر برای شرایط انتهائی مختلف، وزنه‌ها

۳- روش آزمایش

۳-۱- هدف آزمایش

تحقیق فرمول اویلر برای ستون‌های مختلف و بررسی اثر انواع اتصالات روی آن، که این کار از طریق رسم منحنی بار- تغییر مکان جانبی برای ستون‌های با طول و جنس متفاوت و با شرایط مرزی مختلف انجام می‌گیرد.

۳-۲- دستور کار انجام آزمایش

ستون‌هایی با طول‌های متفاوت و با اتصالات یکسان مورد آزمایش قرار می‌گیرند:

۱- ابعاد مقطع ستون و انحراف اولیه ستون (حداکثر خیز ستون نسبت به حالت مستقیم) را اندازه بگیرید.

۲- میله میانه اداره کننده نیرو باید طوری افقی قرار گیرد که ستون با تکیه‌گاه بالایی تماس داشته و قائم باشد.

۳- بسته به نوع تکیه‌گاه‌ها و طول ستون مورد آزمایش، از دو نوع نیرو سنج، یکی با حداکثر نیروی ۳۹۰N و دیگری با ۳۹۰۰N استفاده می‌شود. در صورت لزوم وسیله رابط بین نیروسنج و چرخ‌دستی پائین را که توسط آن نیرو وارد می‌شود، بر روی دستگاه نصب کنید.

۴- مقدار وزنه‌های لازم برای خنثی‌کردن وزن میله افقی و نیروسنج، میله‌ی رابط را به نخی که در انتهای سمت راست میله میانی بسته شده آویزان کنید.

۵- پس از قرار دادن ستون بین تکیه‌گاه‌ها و وصل کردن میله رابط به چرخ‌دستی، میله میانی را به‌کمک دسته گردان و چرخ‌دستی و تراز، همزمان طوری به حالت افقی درآورید که ستون با تکیه‌گاه بالائی تماس پیدا کند. سپس

ستون را در تکیه‌گاه محکم کنید. در مورد ستون‌های کوتاه باید دقت شود که فنر دسته گردان به‌اندازه‌ی کافی جا برای فشرده شدن داشته باشد.

۶- محل قرقره طوری روی پایه سمت چپ دستگاه تنظیم شود که نیروی افقی به وسط ستون وارد گردد. نیروی افقی ۳۰۰g برای میله‌های ۴۰۰mm و ۴۵۰mm و نیروی افقی ۱۵۰g برای میله‌های ۵۰۰mm و ۶۰۰mm اعمال شود.

۷- محل انحراف سنج را در نمونه دو انتها گیردار و دو انتها مفصل در وسط ستون و در نمونه یک انتها گیردار و یک انتها مفصل در فاصله ۰/۳۵ طول میله از انتهای مفصلی تنظیم کنید.

۸- نیرو توسط چرخ‌دستی پائینی به ستون وارد می‌شود. هر بار قبل از خواندن نیرو و مقدار انحراف، باید میله میانی را افقی کنید. این کار به‌کمک دسته گردانی که در سمت چپ میله‌ی میانی و ترازی که روی این میله قرار دارد امکان‌پذیر است. مقدار نیرو و انحراف وسط میله را هر بار یادداشت کنید.

۹- نقطه بحرانی وقتی است که با تغییر جزئی در مقدار نیرو، مقدار انحراف خیلی زیاد تغییر می‌کند. در واقع نیروی بحرانی حداکثر نیرویی که ستون می‌تواند تحمل کند. در هنگام قرار دادن ستون در داخل دستگاه به جهت انحنای اولیه ستون دقت کنید و برای جلوگیری از آسیب رسیدن به انحراف‌سنج جهت انحنای آن را به سمت انحراف‌سنج نباشد. در نقطه‌ی بحرانی، انحراف‌سنج را از روی دستگاه جدا کنید تا صدمه ای نبیند. در این نقطه ستون شکل یک کمان را دارد.

توجه:

توضیحات فوق مربوط به دستگاه قدیمی آزمایش ستون می‌باشد. در دستگاه جدید آزمایش ستون اعمال بار به وسیله دسته گردان تعبیه شده صورت می‌گیرد و اندازه‌گیری نیروی اعمال شده به صورت الکترونیکی با استفاده از سلول فشارسنج انجام می‌شود ولی اندازه‌گیری انحراف ستون و سایر مراحل مانند قبل است. هم‌چنین لازم به ذکر است که در دستگاه جدید ستون به حالت افقی (مطابق شکل ۴) در بین دو تکیه‌گاه قرار می‌گیرد که در مورد تکیه‌گاه گیردار باید قسمتی از انتهای طول ستون (به اندازه طول شکاف تکیه‌گاه) در داخل تکیه‌گاه قرار گیرد تا شرایط تکیه‌گاه گیردار ($dy/dx = 0$) رعایت گردد. در این حالت باید توجه داشت که در تعیین طول ستون (L)، طول قسمتی که در داخل تکیه‌گاه قرار دارد از طول کلی آن کسر گردد. در مورد نحوه اعمال بار باید ابتدا بار بحرانی ستون به صورت تئوریک (مشخصات مقطع، طول و جنس ستون‌ها قبلاً مشخص گردند)محاسبه گردد، سپس کسری از این بار (حدود ۱۰ درصد) به صورت مرحله‌ای به ستون اضافه گردد. به علاوه توجه به این نکته ضروری است که با جلو رفتن آزمایش نمو تغییرشکل‌ها در هر مرحله شروع به افزایش می‌کنند، بنابراین به منظور افزایش دقت در قرائت داده‌ها لازم است افزایش بار با سرعت کمتری انجام شود، در این صورت پیشنهاد می‌شود که با بزرگ شدن تغییرشکل‌ها میزان افزایش بار در هر مرحله به اندازه نصف مقدار اولیه کاهش یابد.

شکل ۴- دستگاه جدید آزمایش ستون

٤- نحوه انجام محاسبات و به دست آوردن نتایج

۱- نمودار نیروی فشاری (N) برحسب انحراف جانبی حداکثر ستون (mm) را برای نمونه‌های مختلف رسم نمائید.

۲- منحنی تغییرات تنش بحرانی را بر حسب ضریب لاغری برای میله‌های مختلف در شرایط اتصالی یکسان رسم کنید (منحنی‌های تئوری و عملی).

۳- مقادیر به دست‌آمده از آزمایش و تئوری را در جدول وارد کرده و تنش‌های بحرانی را مقایسه کرده و درصد خطای آن‌را محاسبه کنید.

۴- منحنی تغییرات تنش بحرانی (σ_{cr}) را بر حسب ضریب لاغری (λ) رسم کنید. ($\sigma_{cr} = \pi^2 \frac{E}{(\frac{kl}{r_{\min}})^2} = \pi^2 \frac{E}{(\lambda)^2}$ ، در نمودار ضمیمه)

۵- نمودار نیروی فشاری در مقابل انحراف را برای یکی از ستونهای دارای انحراف اولیه، با شرایط مرزی دو سر مفصل، با حالت تئوری مقایسه کنید. (در نمودار ضمیمه)

راهنمایی: رابطه نیرو تغییرمکان ستون دارای انحنای اولیه در حالت تئوری به صورت زیر بدست می‌آید:

$$y = \frac{\mathrm{a}}{(P_E / P) - 1} \sin(\frac{\pi x}{L}), \quad P_E = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \qquad (۴)$$

در رابطه فوق a حداکثر مقدار خیز اولیه است که معمولا در وسط ستون رخ می‌دهد.

۵- سئوالات

۱- فرمول اویلر را برای حالت یک انتها ثابت و انتهای دیگر لولائی اثبات نمایید.

۲- چرا نیروی بحرانی به‌دست آمده از آزمایش کمتر از مقدار محاسبه شده توسط فرمول است؟

۳- طول معادل یک ستون با دو انتهای لولائی چقدر باشد تا بار بحرانی آن برابر بار بحرانی یک ستون با دو انتهای ثابت و طول L باشد؟

۴- نمودار نیروی فشاری در مقابل انحراف جانبی ستون به صورت تئوری چگونه است؟

۵- طول موثر ستون را تعریف نمایید.

۶- منابع خطای آزمایش را نام ببرید.

ضمیمه: جدول مربوط به اعداد و نتایج آزمایش

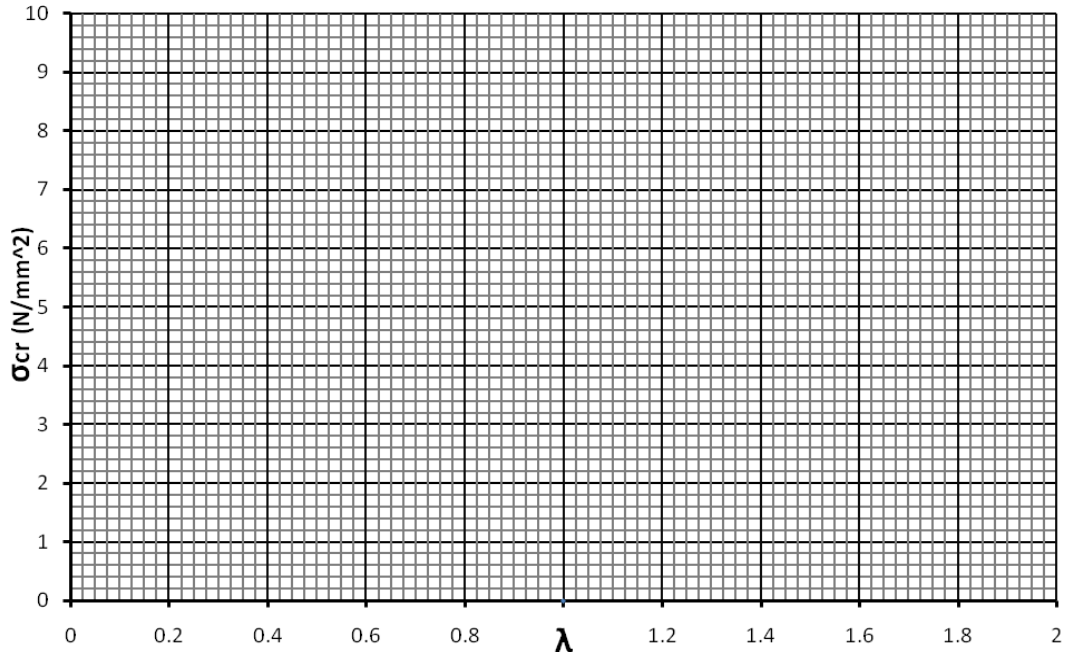
الف- مقادیر مربوط به هر آزمایش را در جدولی مشابه جدول زیر بنویسید:

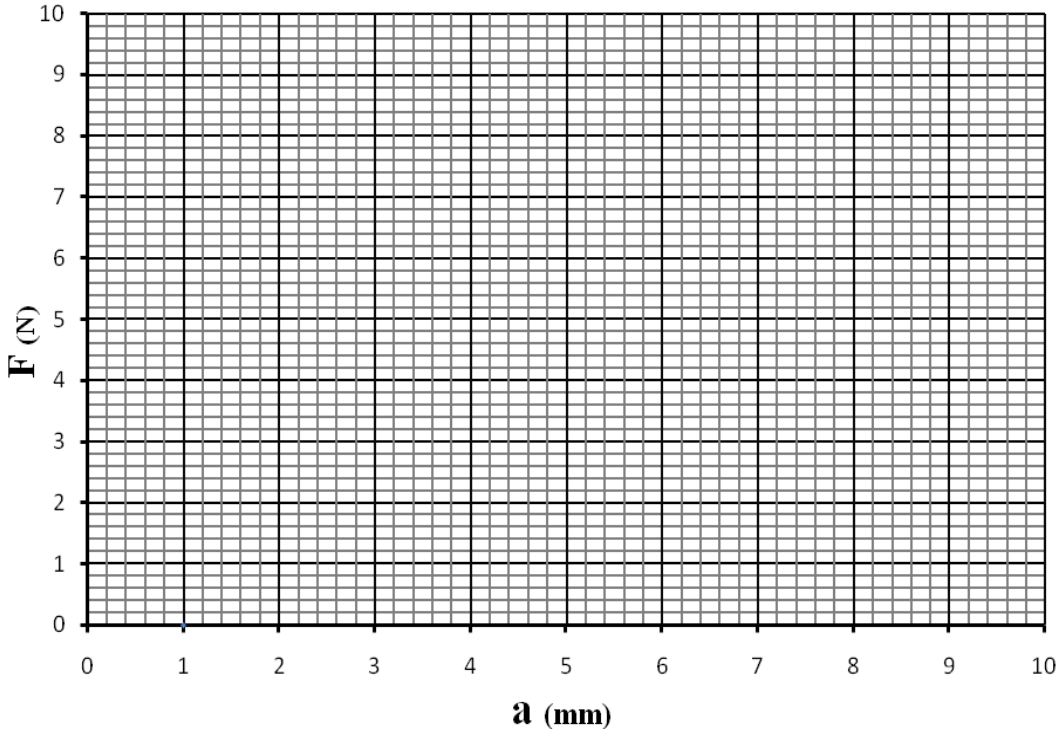
نوع تکیه گاه	
طول ستون	
ابعاد مقطع ستون	
خیز اولیه ستون	

P (N)							
(mm) δ							

ب- مقادیر بار و تنش بحرانی تئوری و عملی را برای ستونهای مختلف و ضریب لاغری را در جدول زیر بنویسید (محاسبات مربوطه نیز در برگه جداگانه ای نوشته شود):

نوع اتصال	ℓ/K	تئوری		آزمایش		طول ستون (mm)
		$\sigma_c(N/mm^2)$	$P_c(N)$	$\sigma_c(N/mm^2)$	$P_c(N)$	
دو سر لولا						
دو سر ثابت						
یک سر لولا یک سر ثابت						




10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
F (N)
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
a (mm)

پیوست ۱: محاسبه معادله خط برازش شده به نقاط یک نمودار

داده‌های آزمایشگاهی معمولاً در آزمایش‌های مختلف به صورت مجموعه‌ای از نقاط جدا از هم بدست می‌آیند، که این نقاط بیان کننده رفتار یک سیستم در طول انجام آزمایش می‌باشد. از طرف دیگر مدل‌های ساده شده‌ای که به صورت تئوریک برای بیان رفتار سیستم‌های مختلف ارائه می‌گردد، در بسیاری از موارد قابل بیان به فرم معادلات ریاضی (اعم از معادلات دیفرانسیل و یا معادلات جبری) می‌باشند. این مدل‌ها در برخی موارد منجر به روابط جبری خطی می‌گردند، که ساده‌ترین مثال در این زمینه رابطه نیرو- تغییر طول یک فنر با فرض رفتار الاستیک خطی می‌باشد که توسط رابطه $F = k\Delta$ بیان می‌گردد. در این صورت اگر در یک آزمایش، هدف تعیین ضریب سختی (k) یک فنر باشد، بحث برازش خط به نقاط یک نمودار اهمیت می‌یابد. فرض کنید در آزمایش فوق فنر تحت اثر نیروهای $F_1, F_2, ..., F_N$ قرار گرفته و تغییر طول‌های $\Delta_1, \Delta_2, ..., \Delta_N$ متناظر با آنها ثبت شده است. اکنون برای تعیین ضریب k، باید داده‌های فوق به صورت مختصات $(F_1,\Delta_1),(F_2,\Delta_2),...,(F_N,\Delta_N)$ در یک نمودار دو بعدی رسم شده و شیب بهترین خط برازش شده به این نقاط به عنوان ضریب k محاسبه گردد که این موضوع در ادامه بیان خواهد شد.

مثال فوق نمونه بسیار ساده‌ای از کاربرد برازش یک خط به نقاط یک نمودار می‌باشد که در آزمایش‌های مختلف مورد استفاده می‌گیرد. به منظور بیان مسئله در قالب کلی‌تر، فرض می‌کنیم مجموعه‌ای از داده‌های آزمایشگاهی به صورت نقاط $(x_1,y_1),(x_2,y_2),...,(x_N,y_N)$ از انجام یک آزمایش بدست آمده است و هدف تعیین معادله خط $y = ax + b$ به نحوی است که این خط با حداقل فاصله ممکن از میان نقاط عبور کند. برای این منظور ابتدا یک نرم خطا به صورت زیر معرفی می‌کنیم:

$$S = \left[y_1 - (ax_1 + b)\right]^2 + \left[y_2 - (ax_2 + b)\right]^2 + ... + \left[y_N - (ax_N + b)\right]^2$$

حال کافی است که این نرم خطا نسبت به ضرایب مجهول a و b مینیمم شود، در این صورت:

$$\frac{\partial S}{\partial a} = -2x_1\left[y_1 - (ax_1 + b)\right] - 2x_2\left[y_2 - (ax_2 + b)\right] - ... - 2x_N\left[y_N - (ax_N + b)\right] = 0$$

$$\frac{\partial S}{\partial b} = -2\left[y_1 - (ax_1 + b)\right] - 2\left[y_2 - (ax_2 + b)\right] - ... - 2\left[y_N - (ax_N + b)\right] = 0$$

که با ساده‌سازی معادلات فوق، خواهیم داشت:

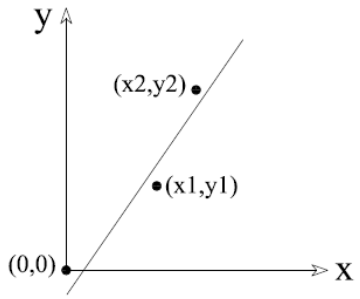
$$\begin{cases} \frac{1}{N}\left(\sum_{i=1}^{N} x_i^2\right)a + \frac{1}{N}\left(\sum_{i=1}^{N} x_i\right)b = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i y_i \\ \frac{1}{N}\left(\sum_{i=1}^{N} x_i\right)a + b = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} y_i \end{cases}$$

با حل دستگاه فوق ضرایب a و b و در نتیجه معادله خط تعیین می‌گردد.

روش دیگری که به منظور برازش یک خط به مجموعه‌ای از نقاط معمولاً مورد استفاده قرار می‌گیرد، روش ترسیمی است. در این روش ابتدا تمامی نقاط بر روی یک صفحه شطرنجی علامت‌گذاری شده، سپس با استفاده از یک خط‌کش و تغییر موقعیت آن روی صفحه شطرنجی با کنترل چشمی، یک خط به گونه‌ای رسم می‌شود که با کمترین فاصله از میان

نقاط عبور کند. شیب و عرض از مبدا خط ترسیمی نشان دهنده ضرایب a و b می‌باشند.

تمرین: با استفاده از روش محاسباتی فوق، اثبات کنید که معادله بهترین خطی که از نقاط $(0,0)$، (x_1,y_1)و (x_2,y_2) عبور می‌کند، از روابط زیر بدست می‌آید:



$$y = a\,x + b \Rightarrow \begin{cases} a = \dfrac{y_1\left(2x_1 - x_2\right) + y_2\left(2x_2 - x_1\right)}{2\left(x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2\right)} \\ b = \dfrac{y_1\left(x_2^2 - x_1x_2\right) + y_2\left(x_1^2 - x_1x_2\right)}{2\left(x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2\right)} \end{cases}$$